

Teoría de números: tarea 4

Fecha de entrega: 1 de octubre 2018

EJERCICIO 1

Consideremos $a \in \mathbb{Z}/p$. Demostrar que el símbolo de Legendre satisface

$$\sum_{a=1}^{p-1} \left(\frac{a}{p} \right) = 0.$$

EJERCICIO 2

Si $n = x^2 + y^2$ para algunos $x, y \in \mathbb{Z}$, entonces todo entero primo que divide a n y que sea congruente con 3 módulo 4 tiene un exponente par.

EJERCICIO 3

¿Qué primos en \mathbb{Z} satisfacen que el símbolo de Legendre

$$\left(\frac{-3}{p} \right) = 1?$$

ARGUMENTAR A FAVOR O EN CONTRA

El símbolo de Legendre es multiplicativo. Es decir, $\left(\frac{ab}{p} \right) = \left(\frac{a}{p} \right) \left(\frac{b}{p} \right)$.

ARGUMENTAR A FAVOR O EN CONTRA

Los residuos cuadráticos del grupo de unidades de \mathbb{Z}/p forman un sub grupo.

ARGUMENTAR A FAVOR O EN CONTRA

Consideremos $p, q \in \mathbb{Z}$ primos. Entonces el símbolo de Legendre satisface

$$\left(\frac{q}{p}\right) = \left(\frac{p}{q}\right).$$