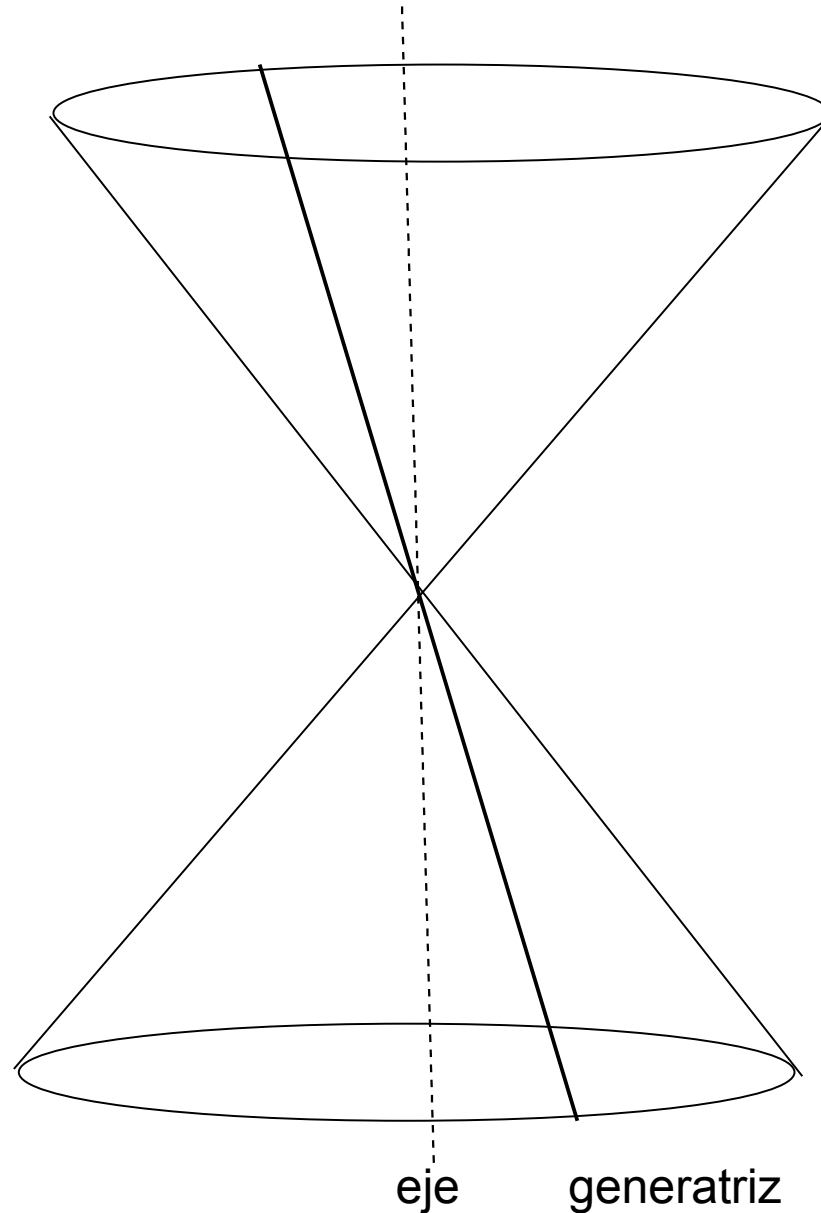
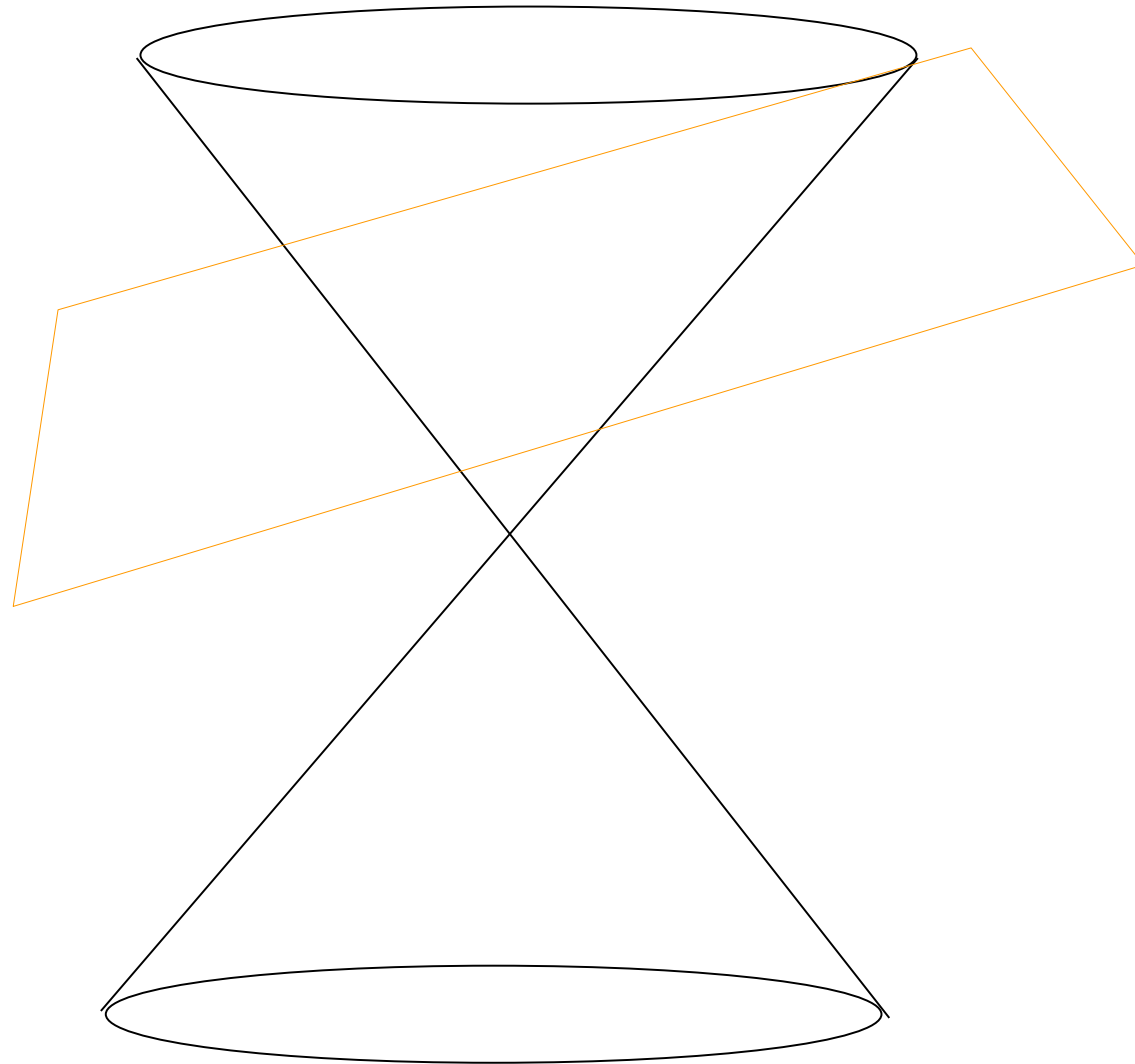


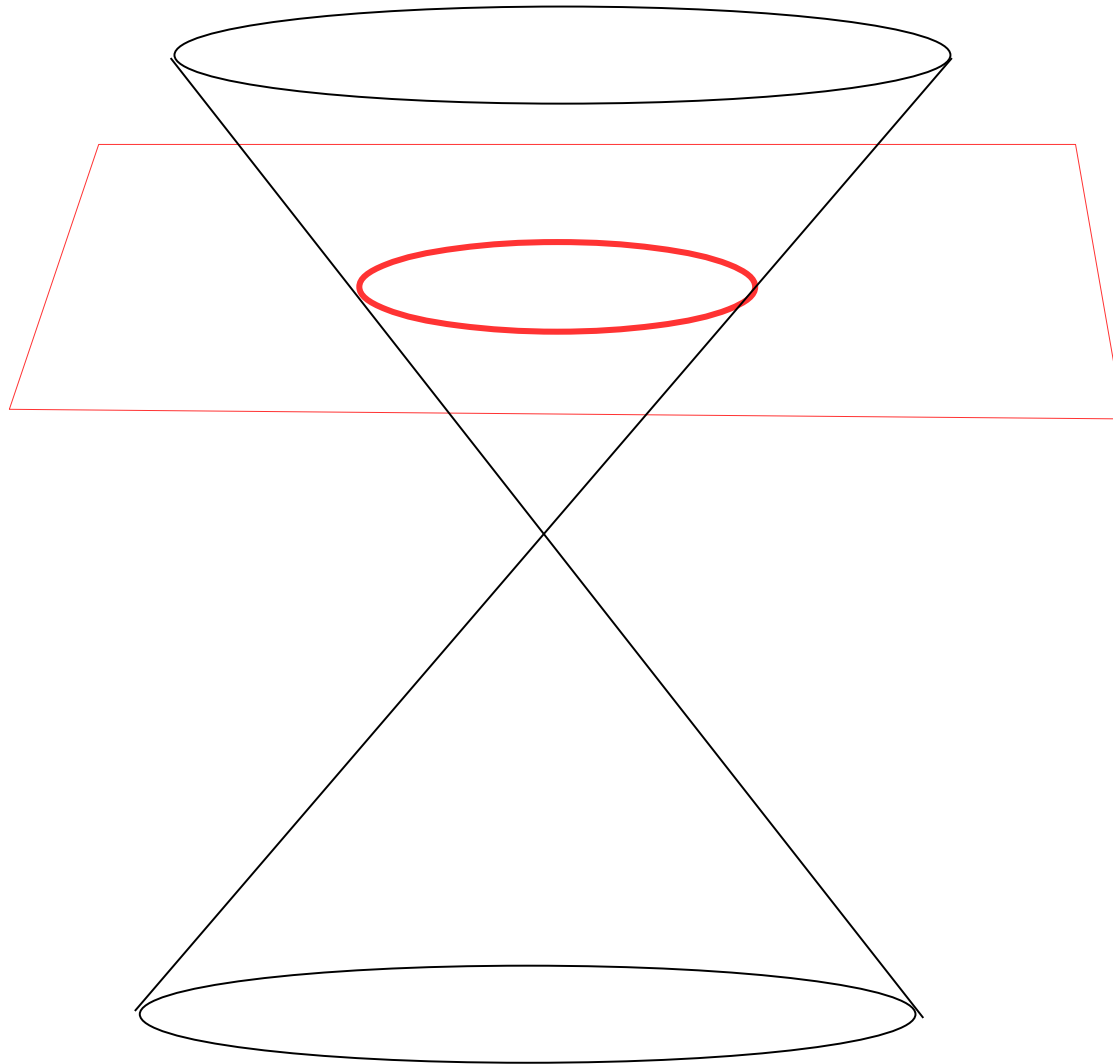
Un **cono** es la superficie que se obtiene al girar una línea recta alrededor de un eje que la corta.



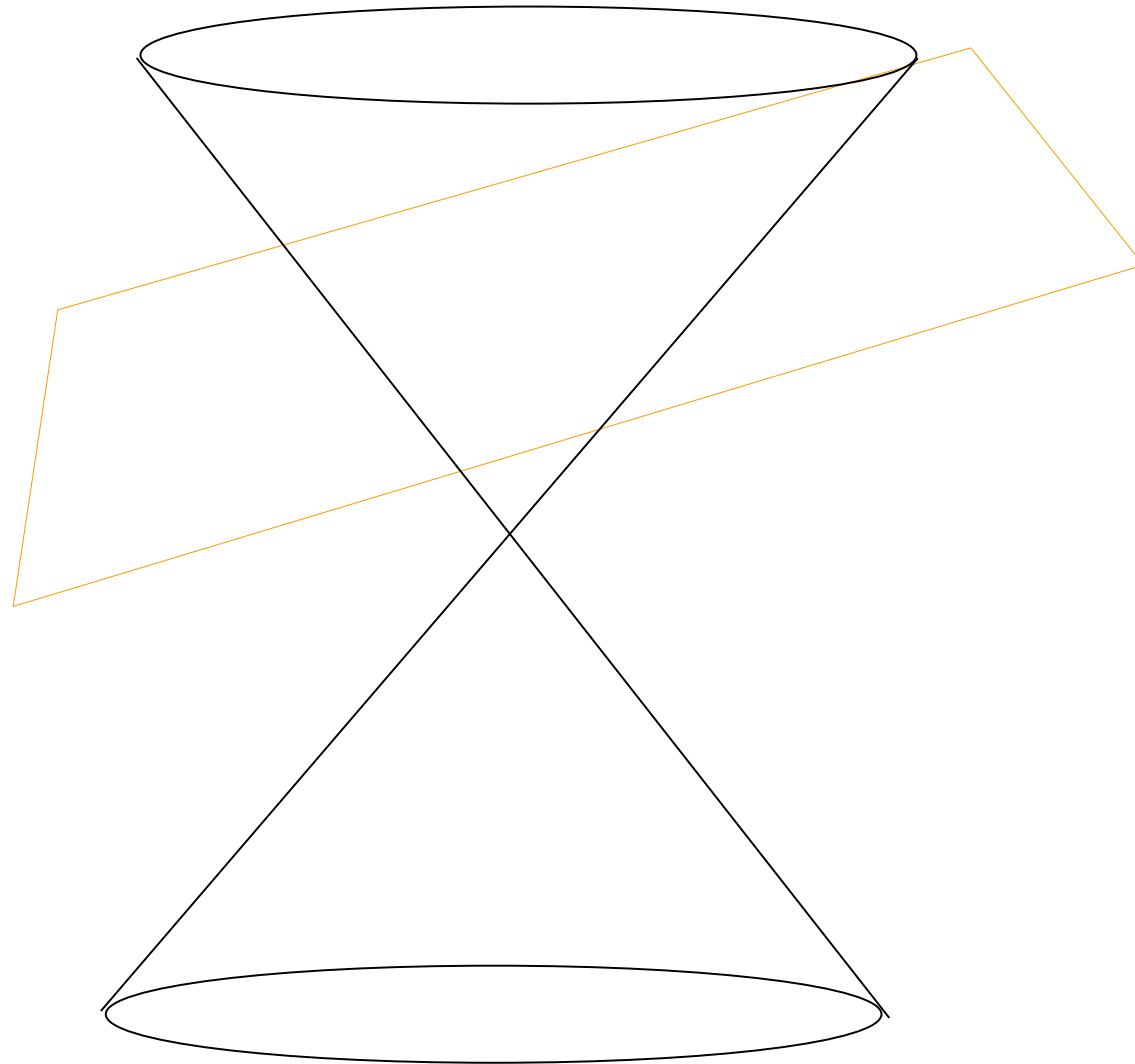
Las **secciones cónicas** son las curvas que se obtienen al cortar el cono con un plano.



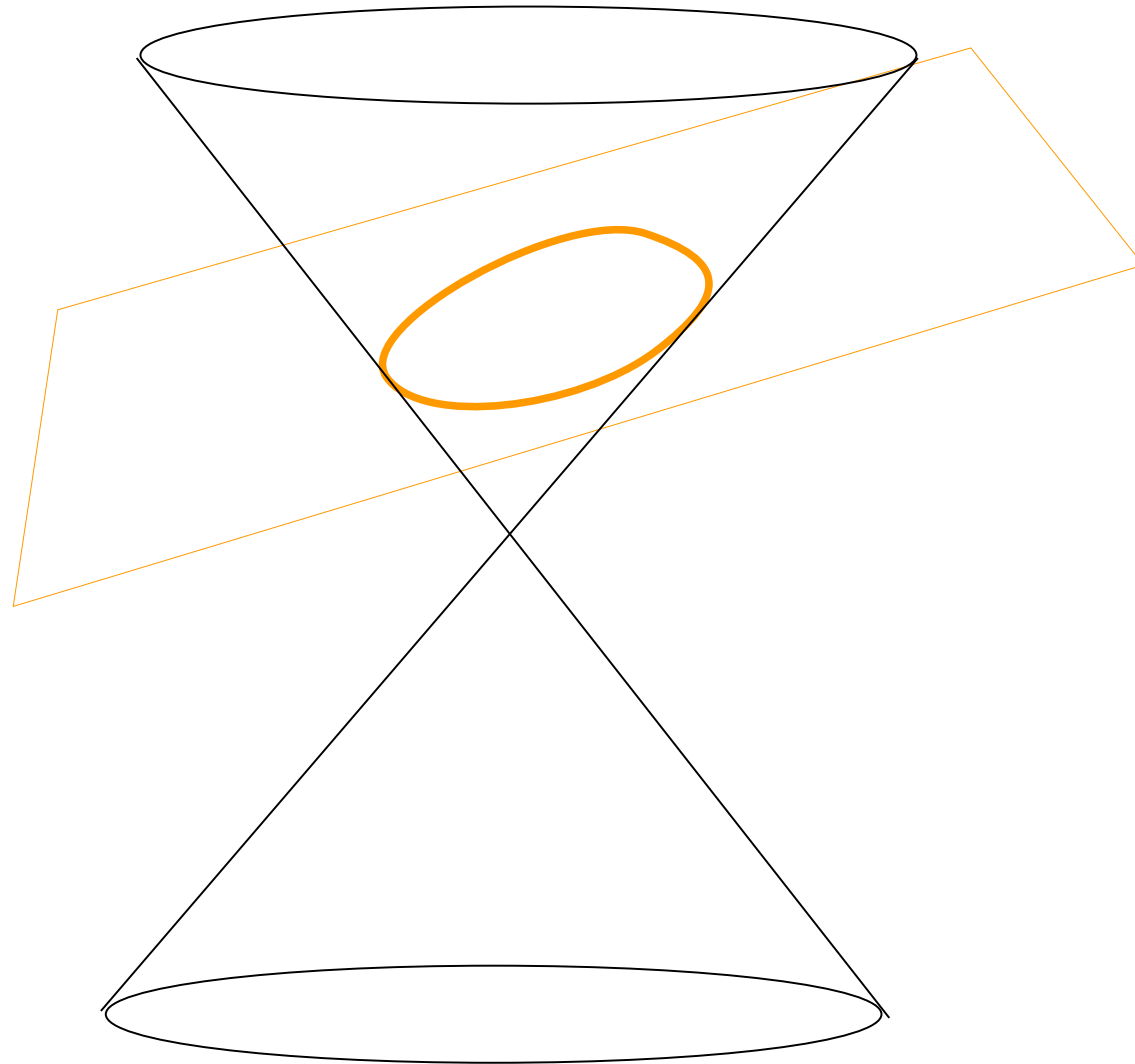
Las **secciones cónicas** son las curvas que se obtienen al cortar el cono con un plano.



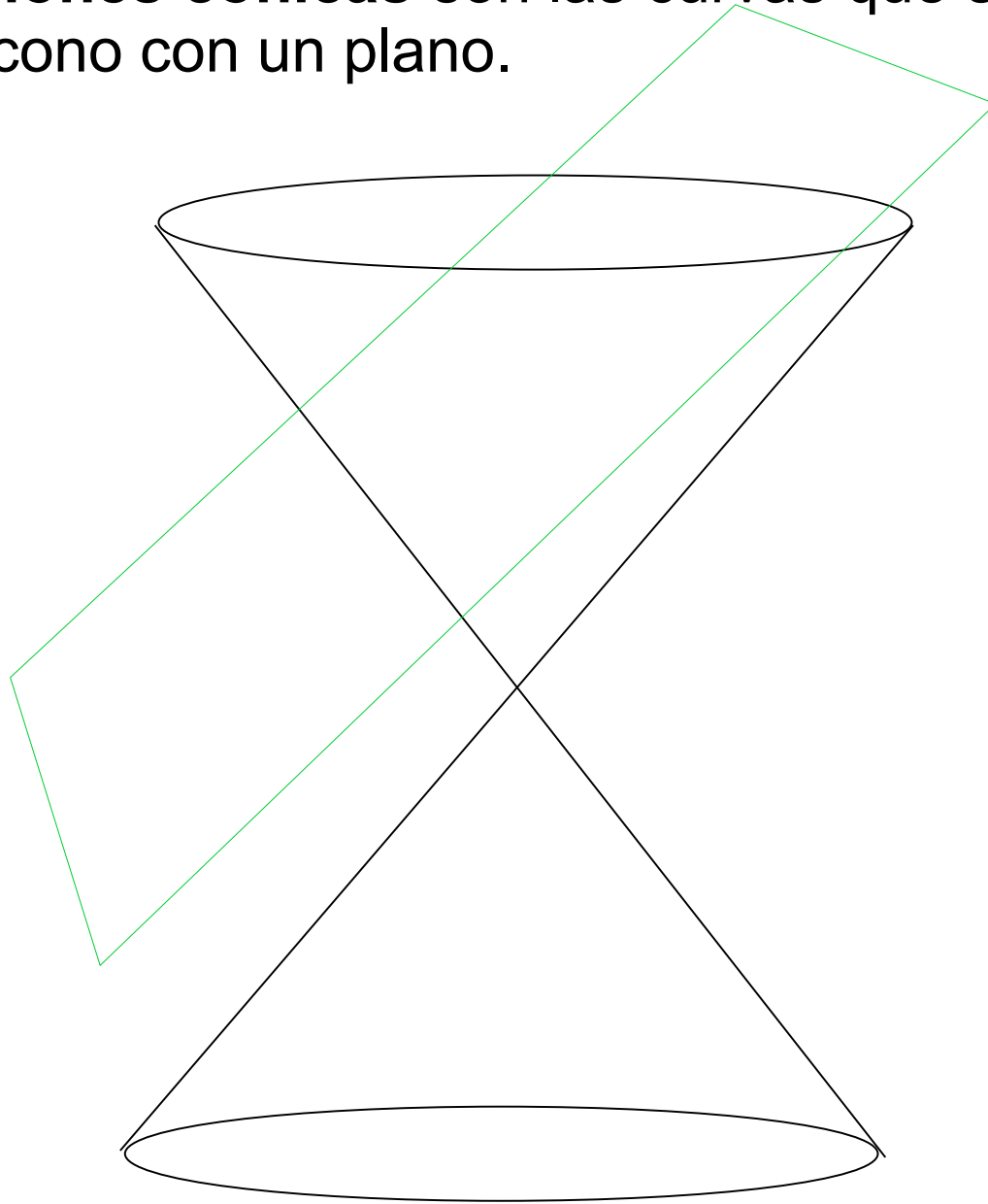
Las **secciones cónicas** son las curvas que se obtienen al cortar el cono con un plano.



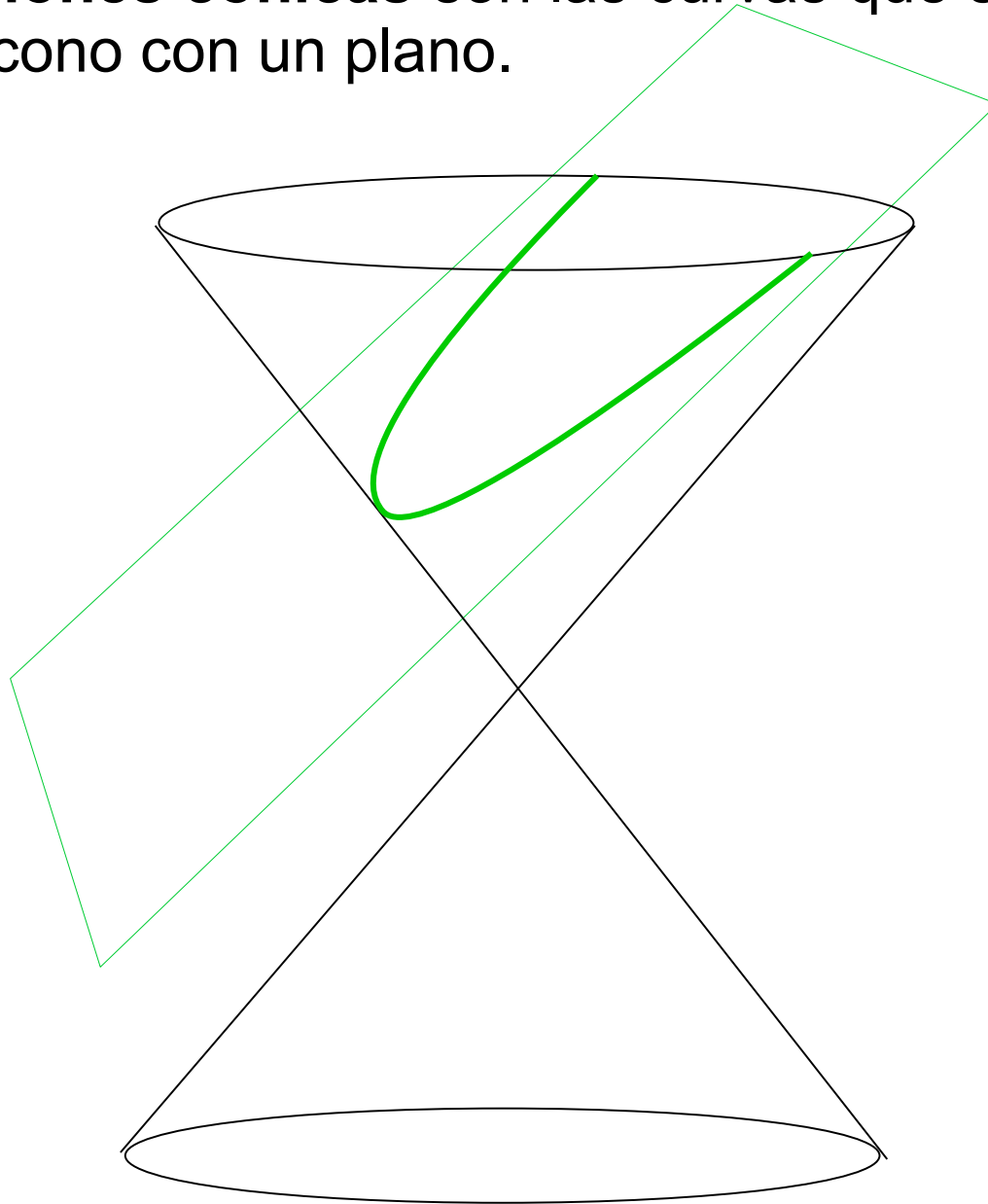
Las **secciones cónicas** son las curvas que se obtienen al cortar el cono con un plano.



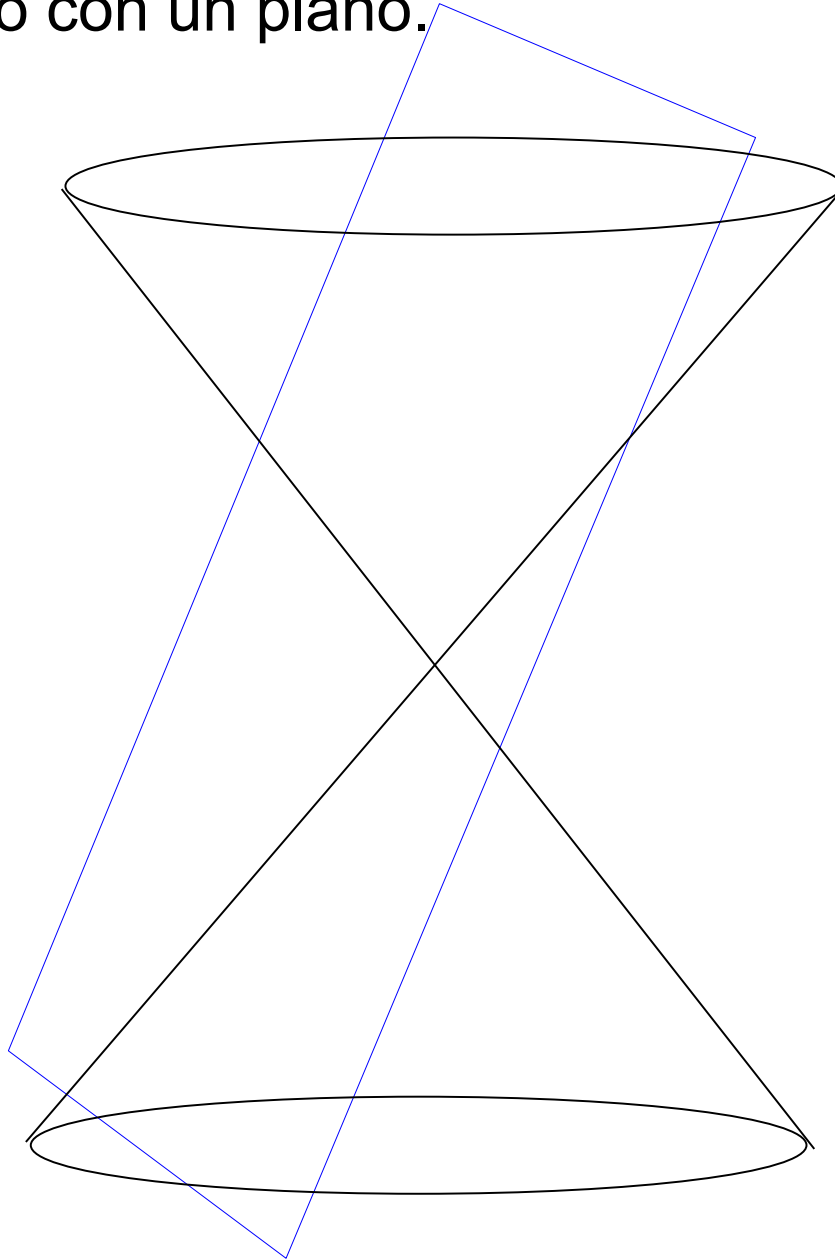
Las **secciones cónicas** son las curvas que se obtienen al cortar el cono con un plano.



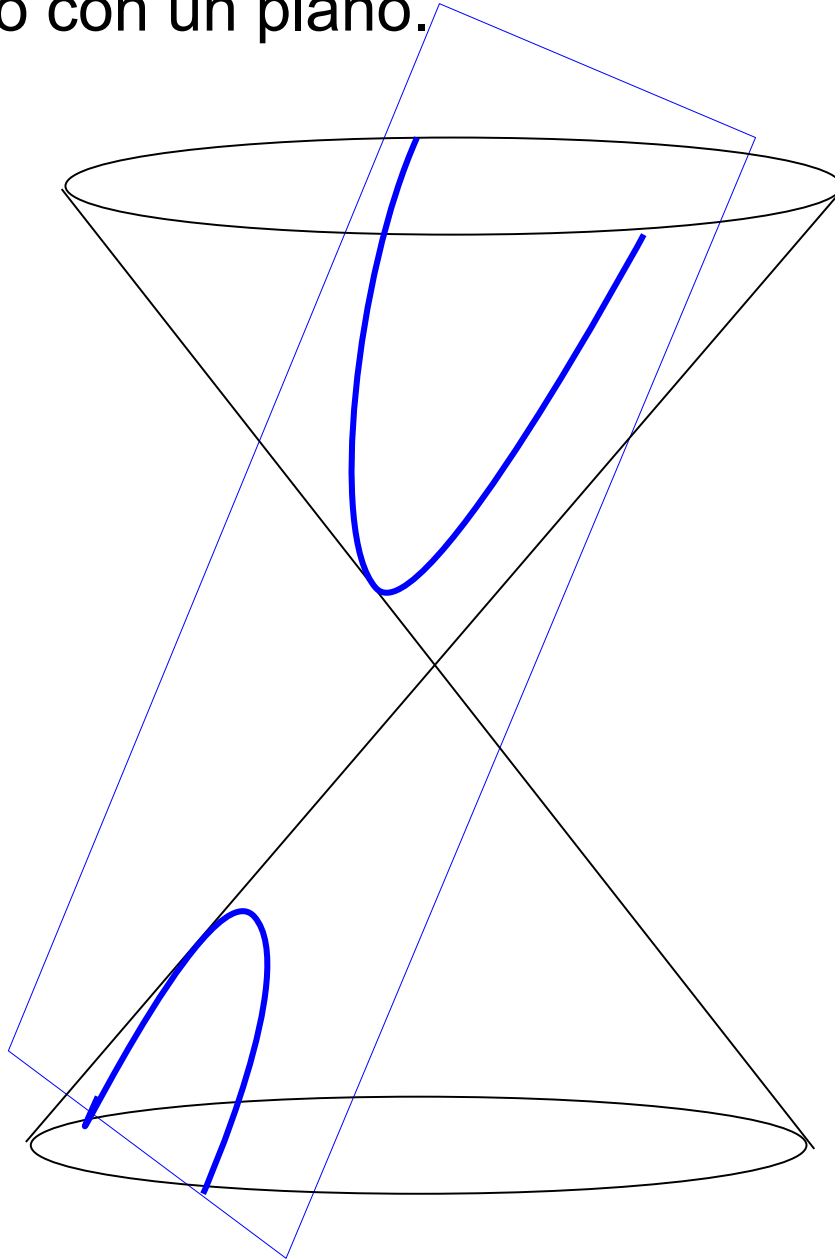
Las **secciones cónicas** son las curvas que se obtienen al cortar el cono con un plano.



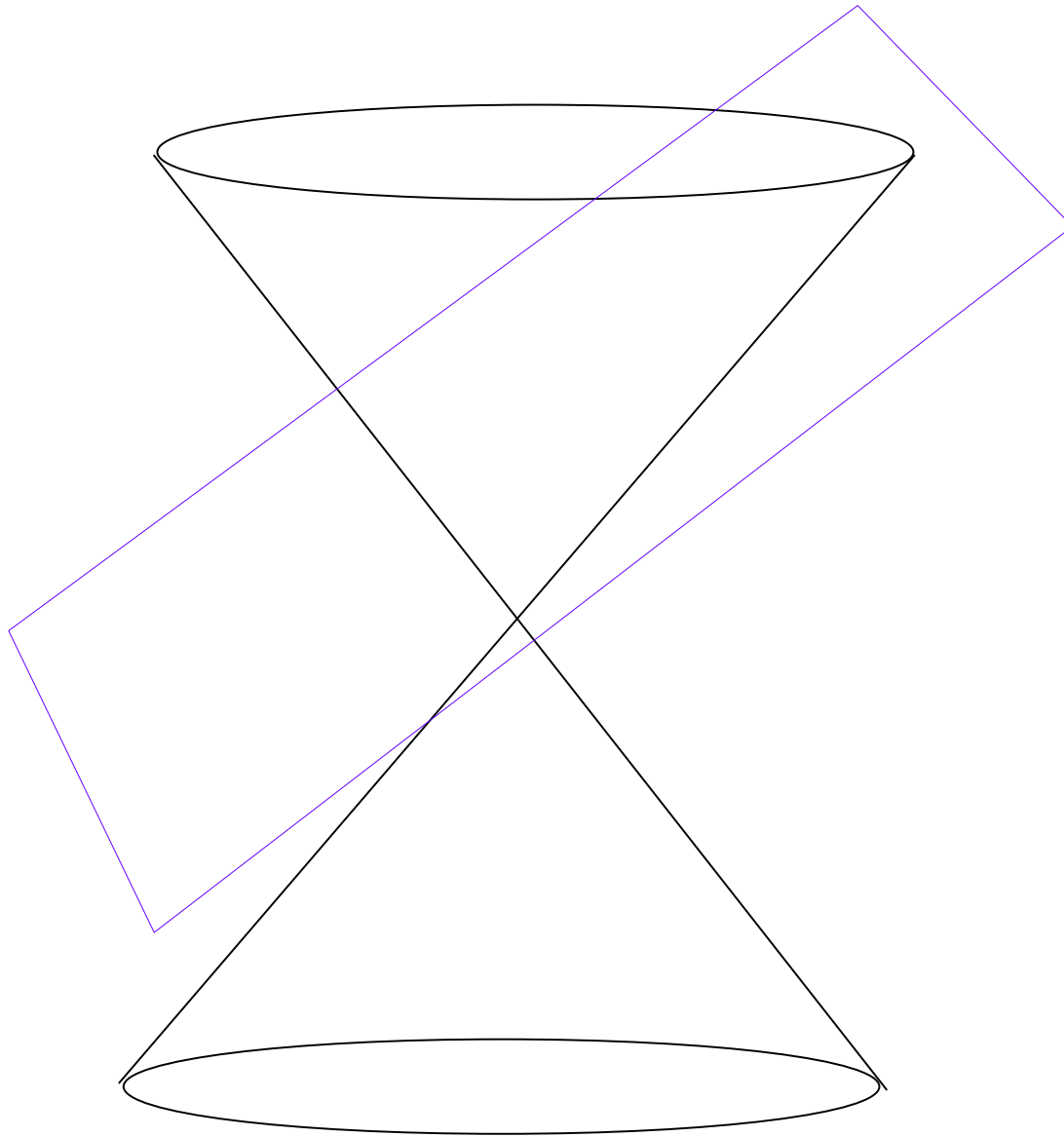
Las **secciones cónicas** son las curvas que se obtienen al cortar el cono con un plano.



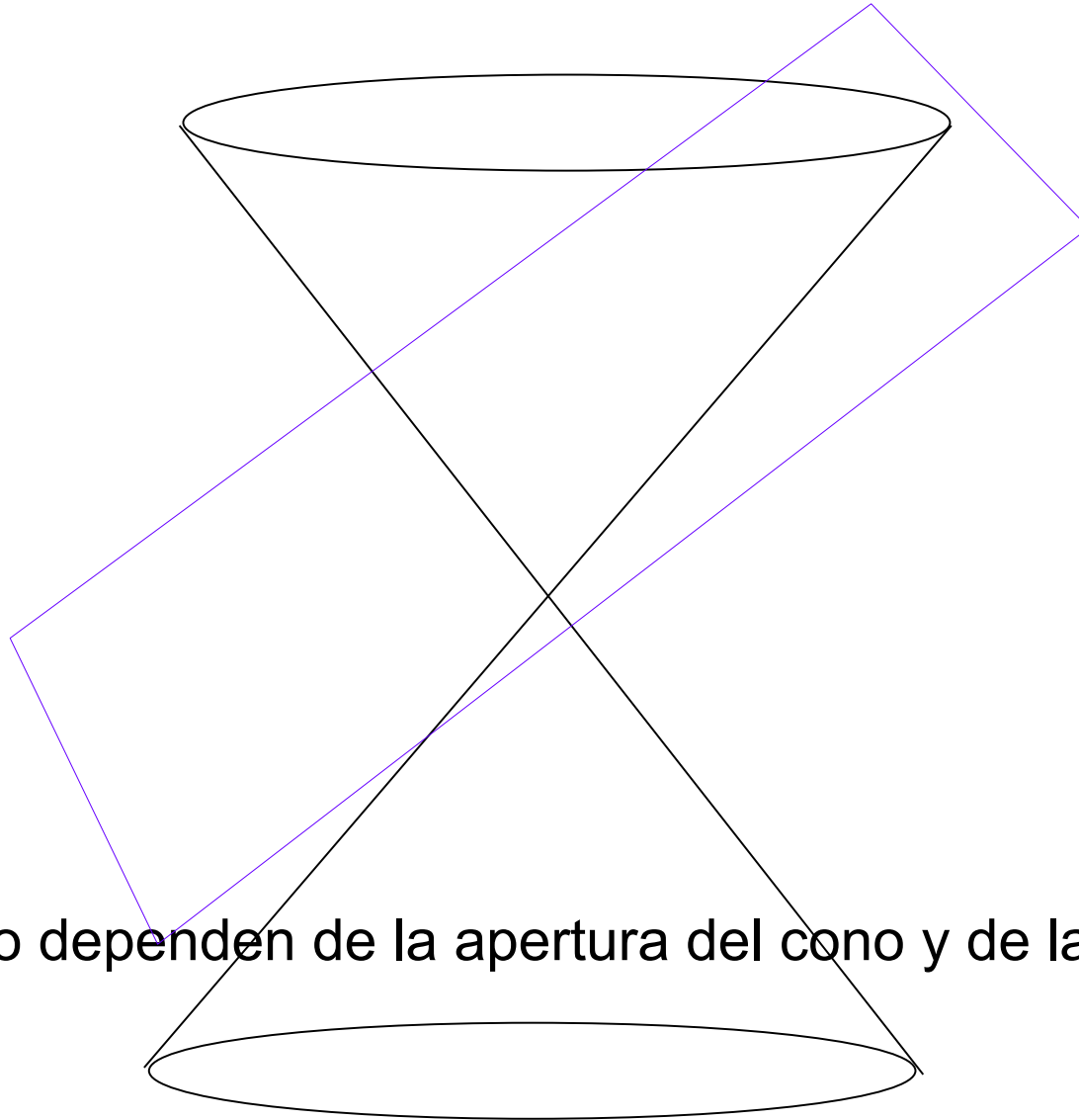
Las **secciones cónicas** son las curvas que se obtienen al cortar el cono con un plano.



¿De que depende la forma de las secciones cónicas?

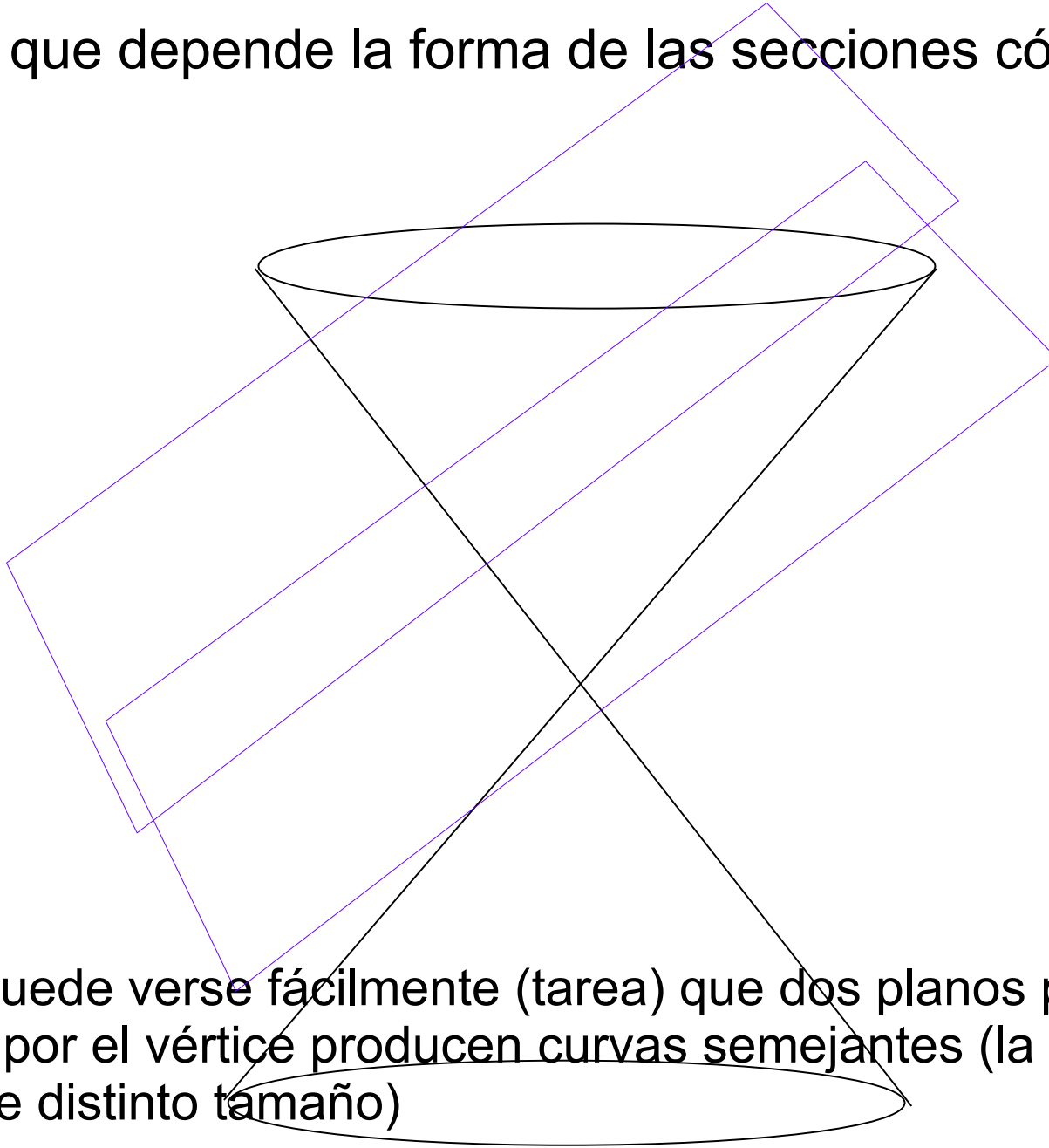


¿De que depende la forma de las secciones cónicas?



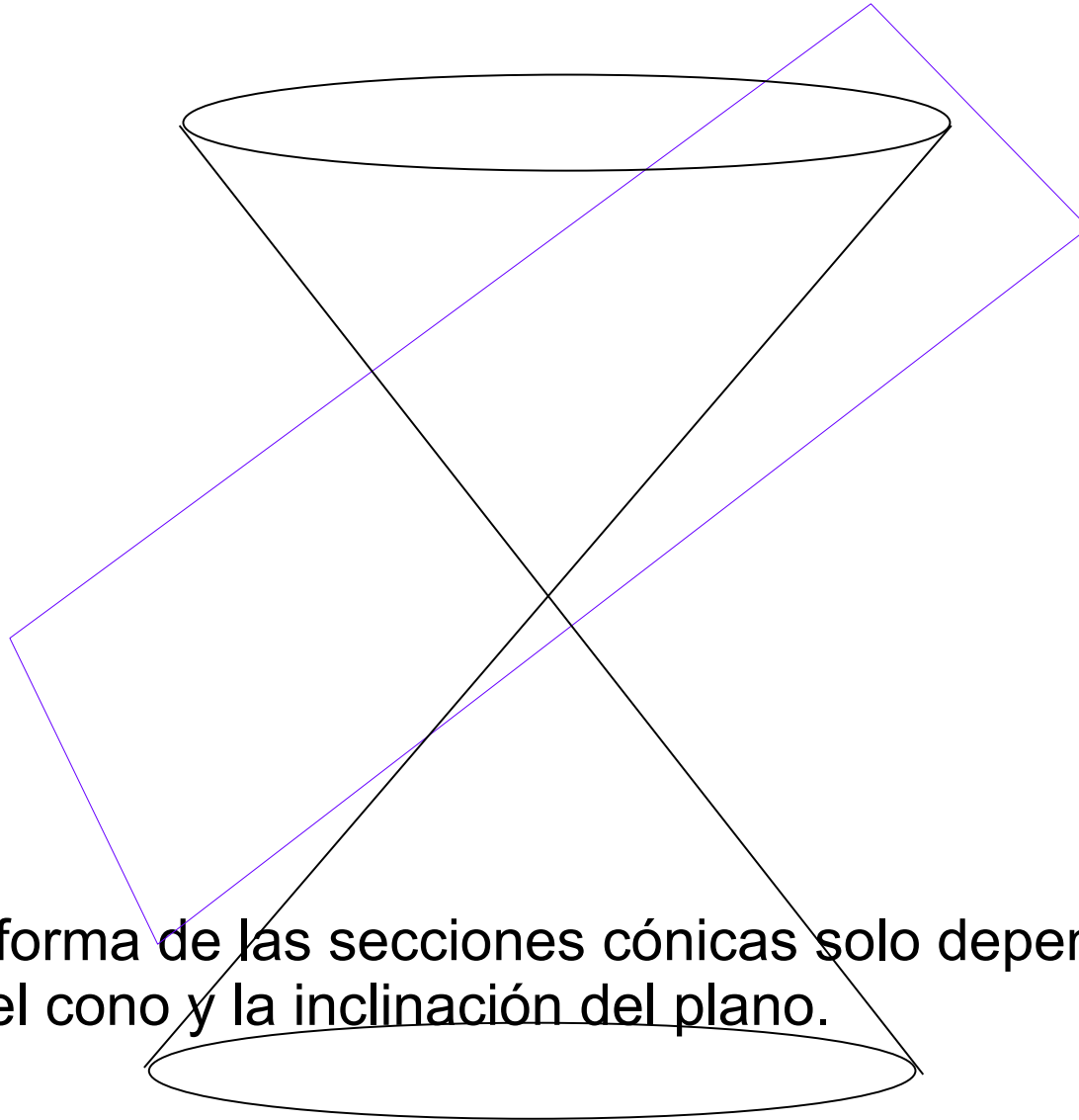
En principio dependen de la apertura del cono y de la posición del plano.

¿De que depende la forma de las secciones cónicas?



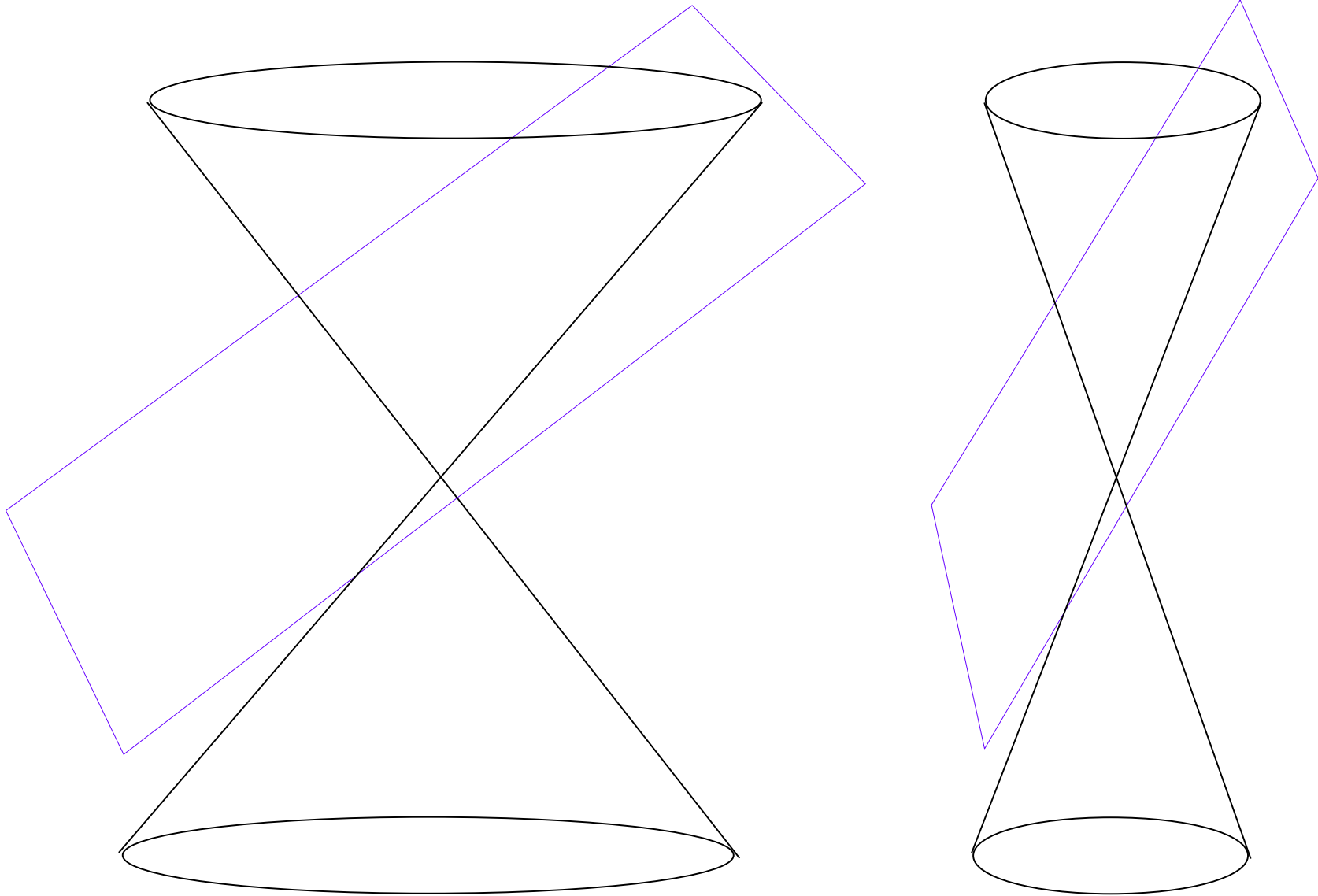
Pero puede verse fácilmente (tarea) que dos planos paralelos que no pasen por el vértice producen curvas semejantes (la misma forma pero de distinto tamaño)

¿De que depende la forma de las secciones cónicas?

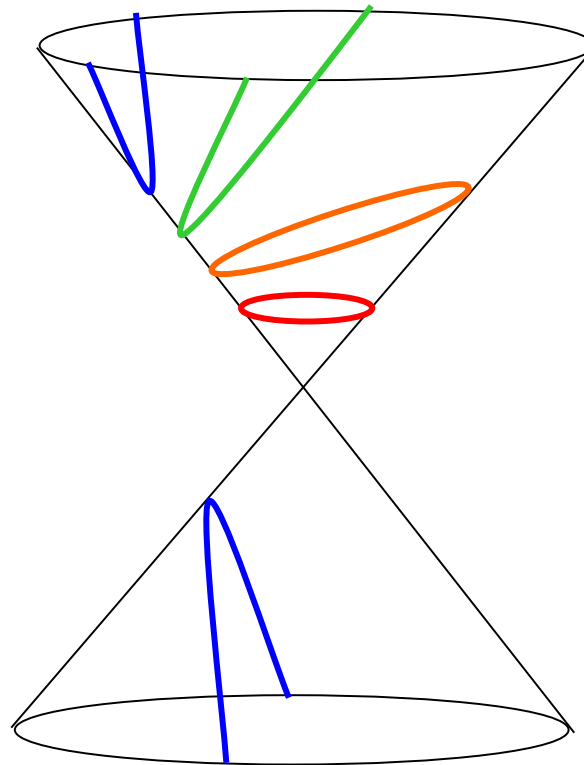


Así que la forma de las secciones cónicas solo depende de la apertura del cono y la inclinación del plano.

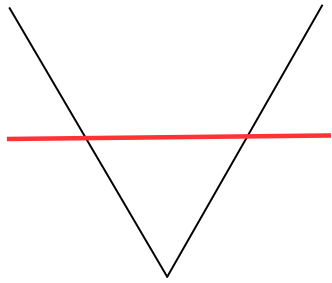
¿será cierto que distintos conos producen distintas secciones cónicas?



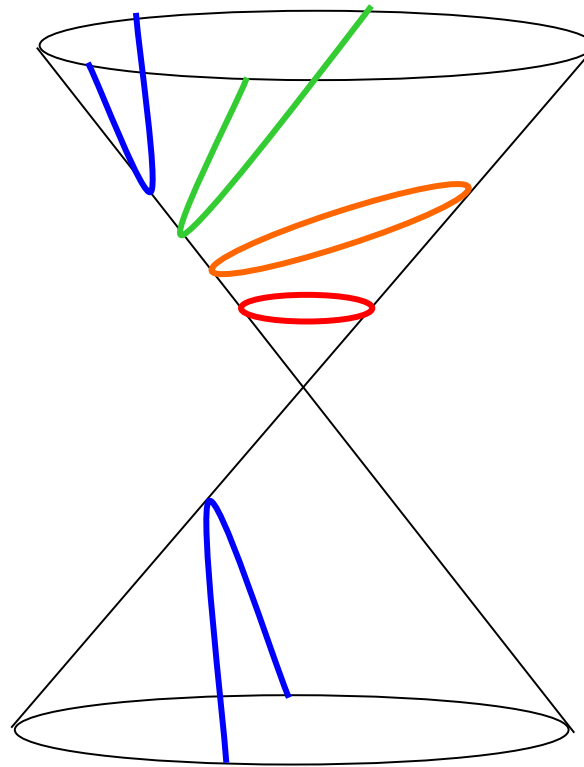
Teorema. Las secciones cónicas son círculos, elipses, parábolas e hipérbolas.



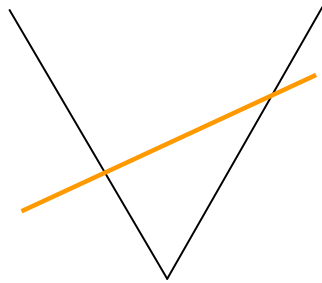
Teorema. Las secciones cónicas son círculos, elipses, parábolas e hipérbolas.



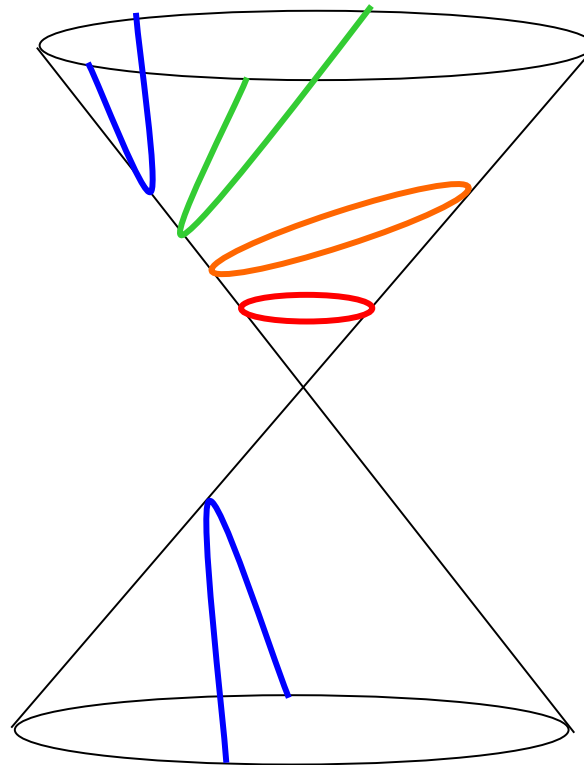
círculos



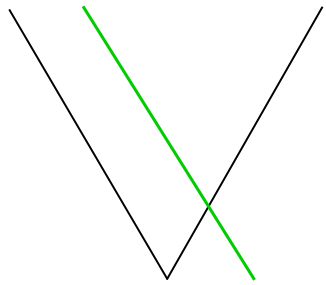
Teorema. Las secciones cónicas son círculos, elipses, parábolas e hipérbolas.



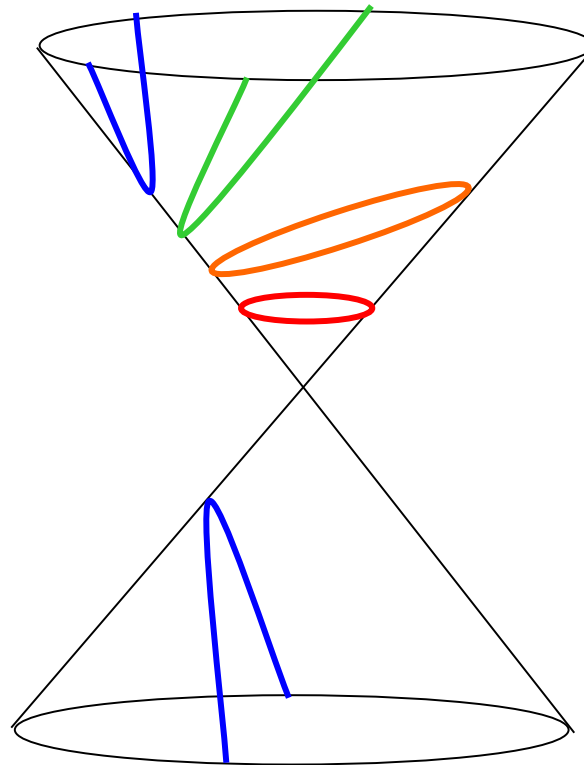
elipses



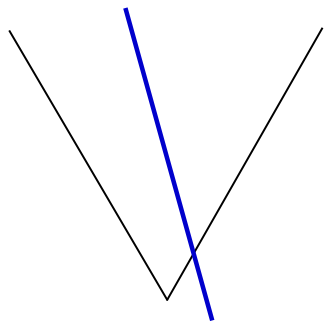
Teorema. Las secciones cónicas son círculos, elipses, parábolas e hipérbolas.



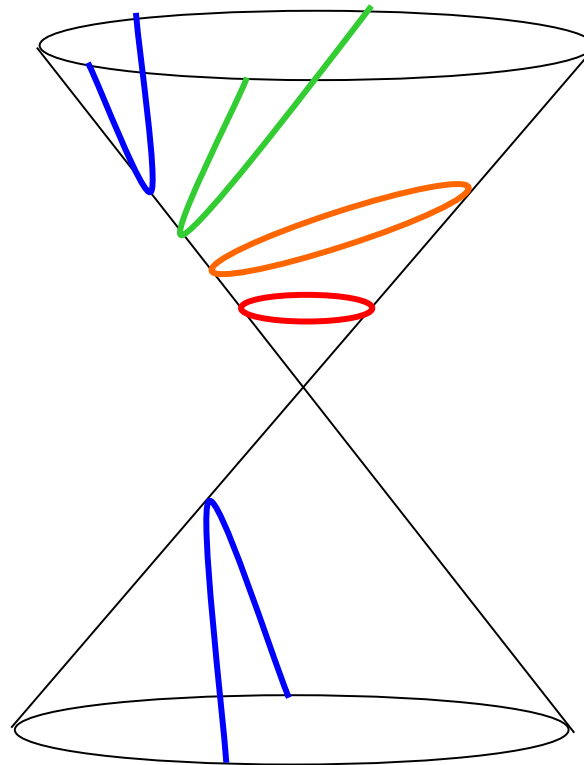
parábolas



Teorema. Las secciones cónicas son círculos, elipses, parábolas e hipérbolas.



hipérbolas

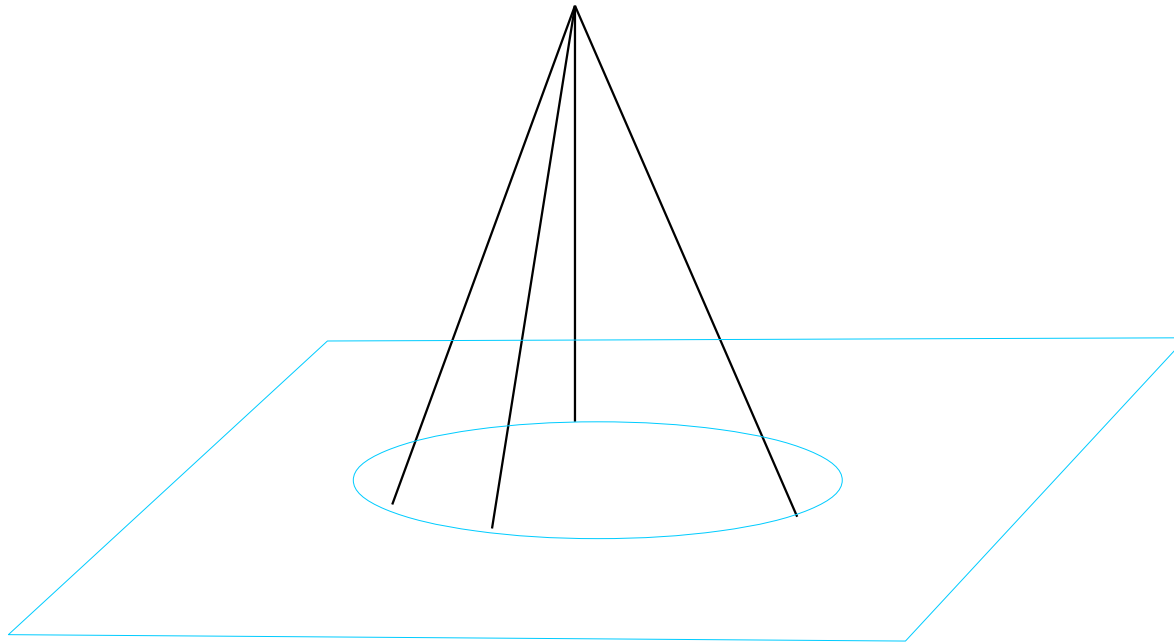


Teorema. Las secciones cónicas son círculos, elipses, parábolas e hipérbolas.

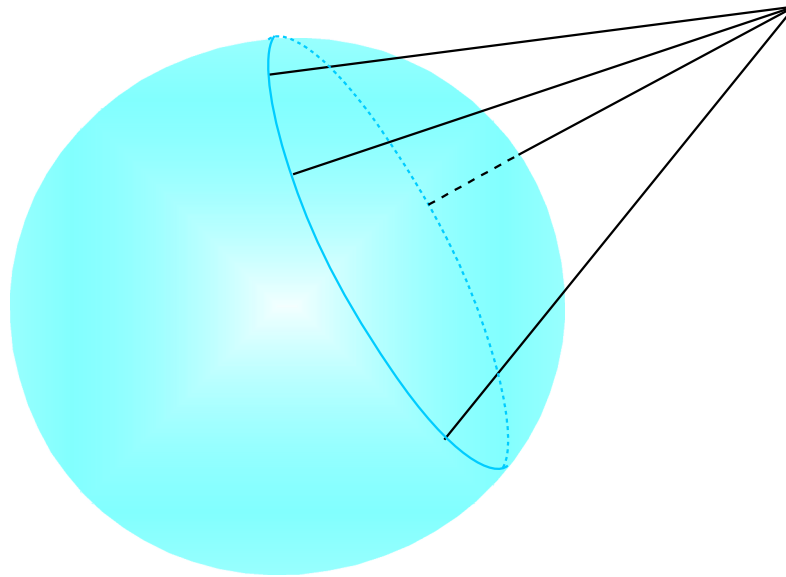
Los griegos descubrieron este teorema hace mas de 2000 años.

En 1822, Pierre Dandelin encontró una demostración preciosa, usando esferas.

Si se dibujan líneas de un punto a un plano con la misma inclinación, las distancias del punto al plano son iguales.



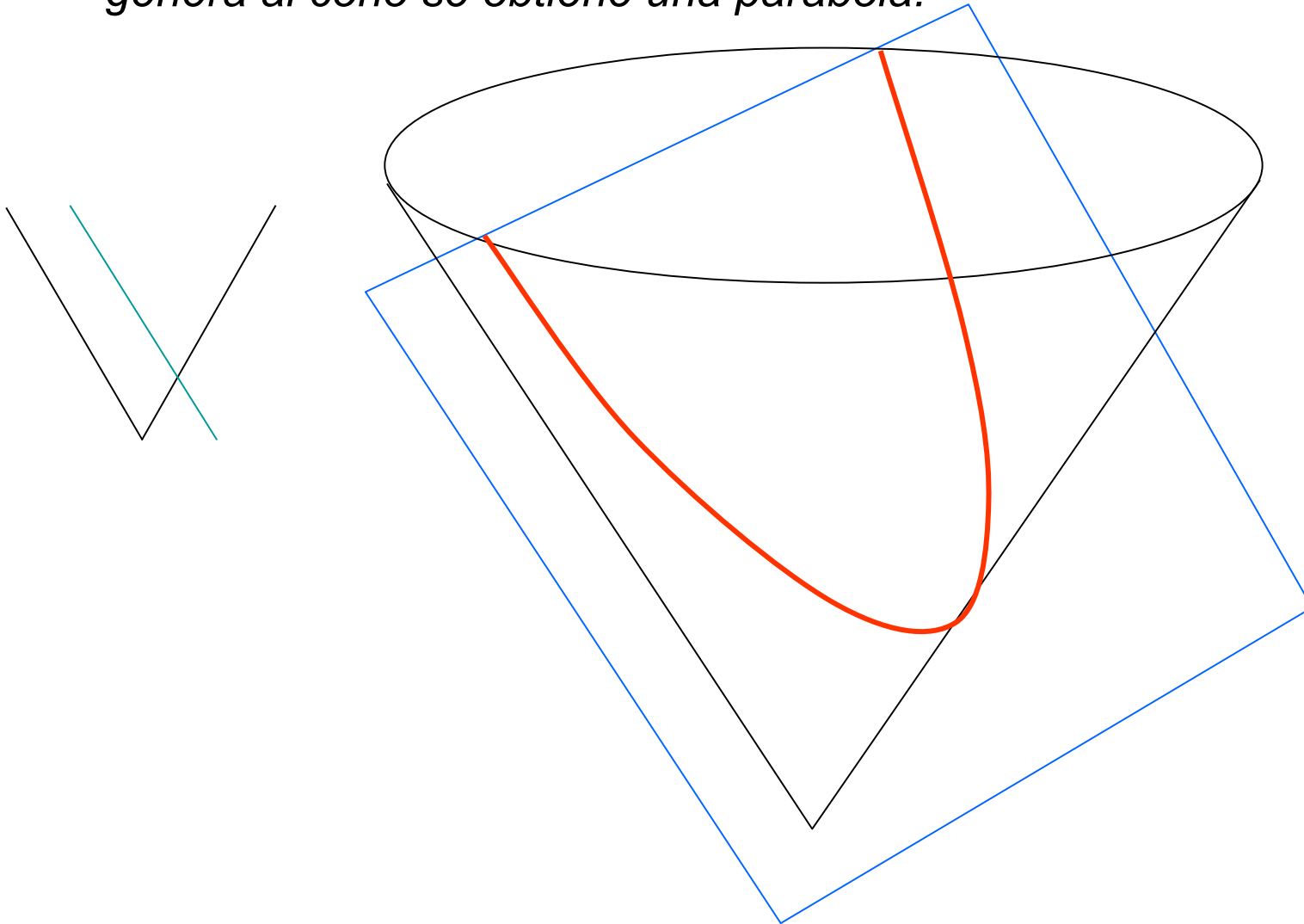
Si se dibujan líneas tangentes a una esfera desde un punto, las distancias del punto a los puntos de tangencia son iguales.



Las tangentes son las rectas que tocan a la esfera sin cruzarla

Parábola

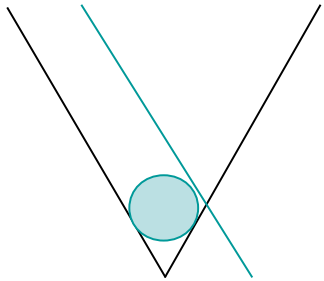
Al cortar un cono con un plano con la misma inclinación que la recta que genera al cono se obtiene una parábola.



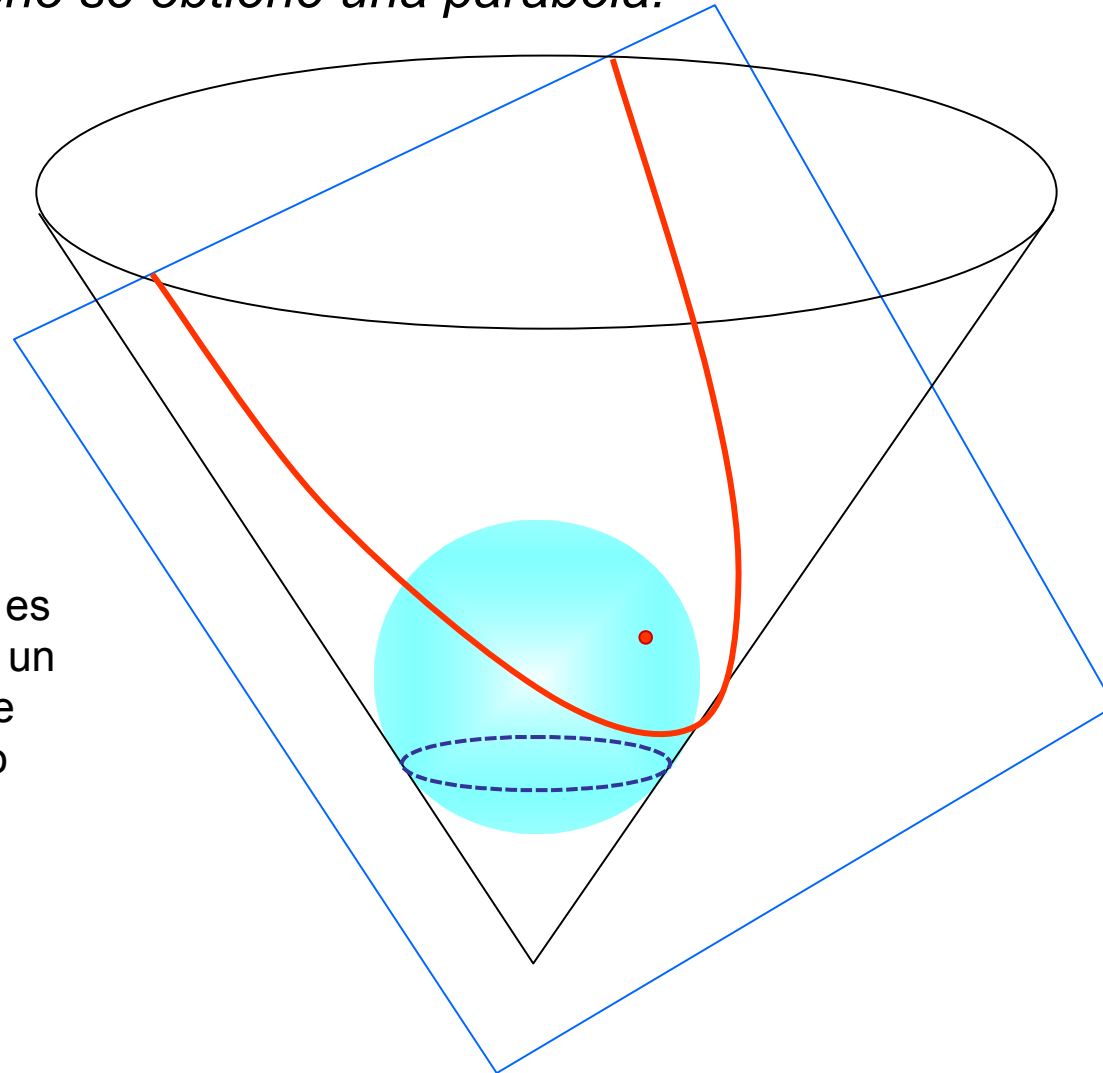
Parábola

Al cortar un cono con un plano con la misma inclinación que la recta que genera al cono se obtiene una parábola.

Demostración.



Hay una esfera que es tangente al cono en un círculo y es tangente al plano en un punto

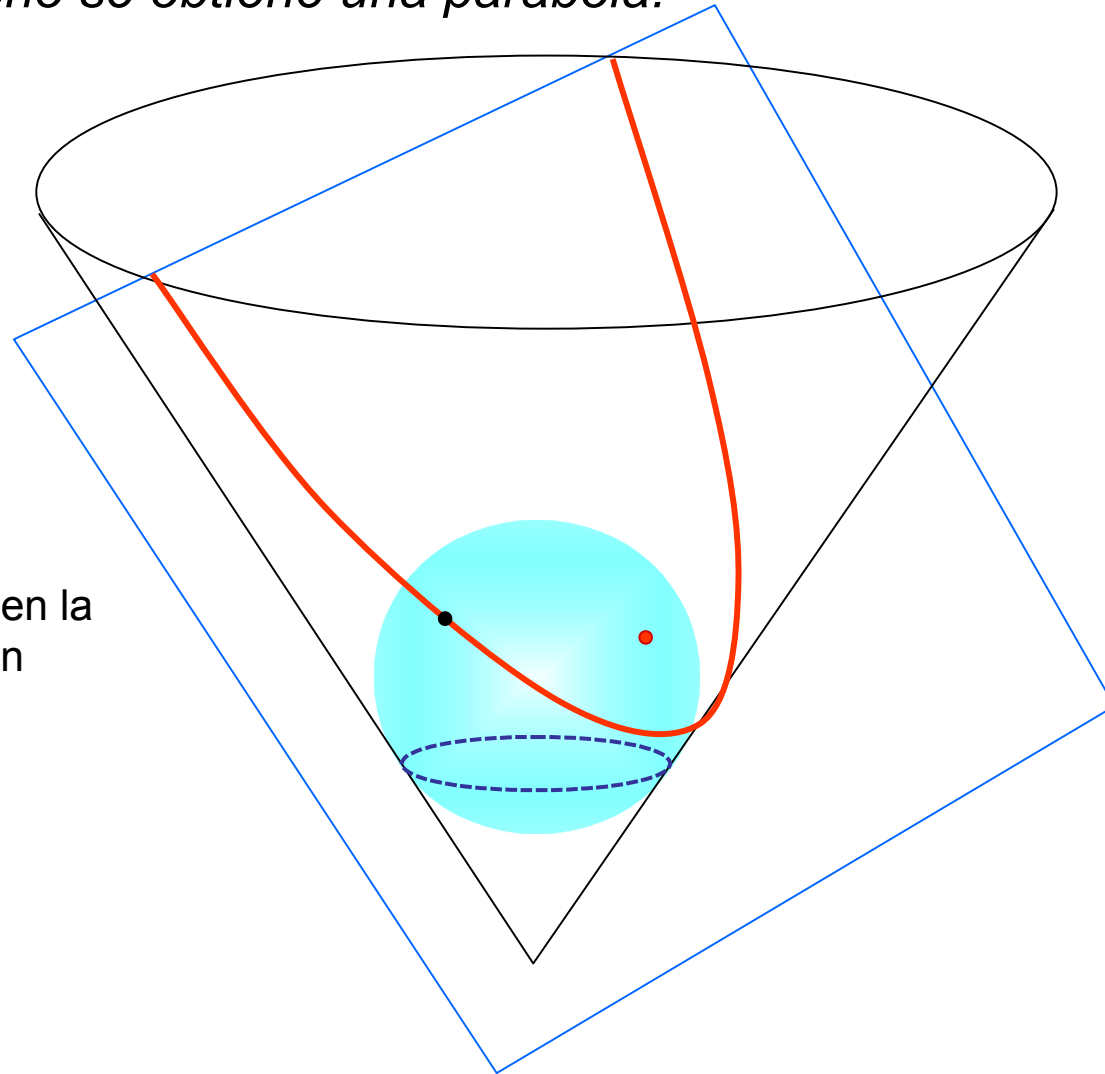


Parábola

Al cortar un cono con un plano con la misma inclinación que la recta que genera al cono se obtiene una parábola.

Demostración.

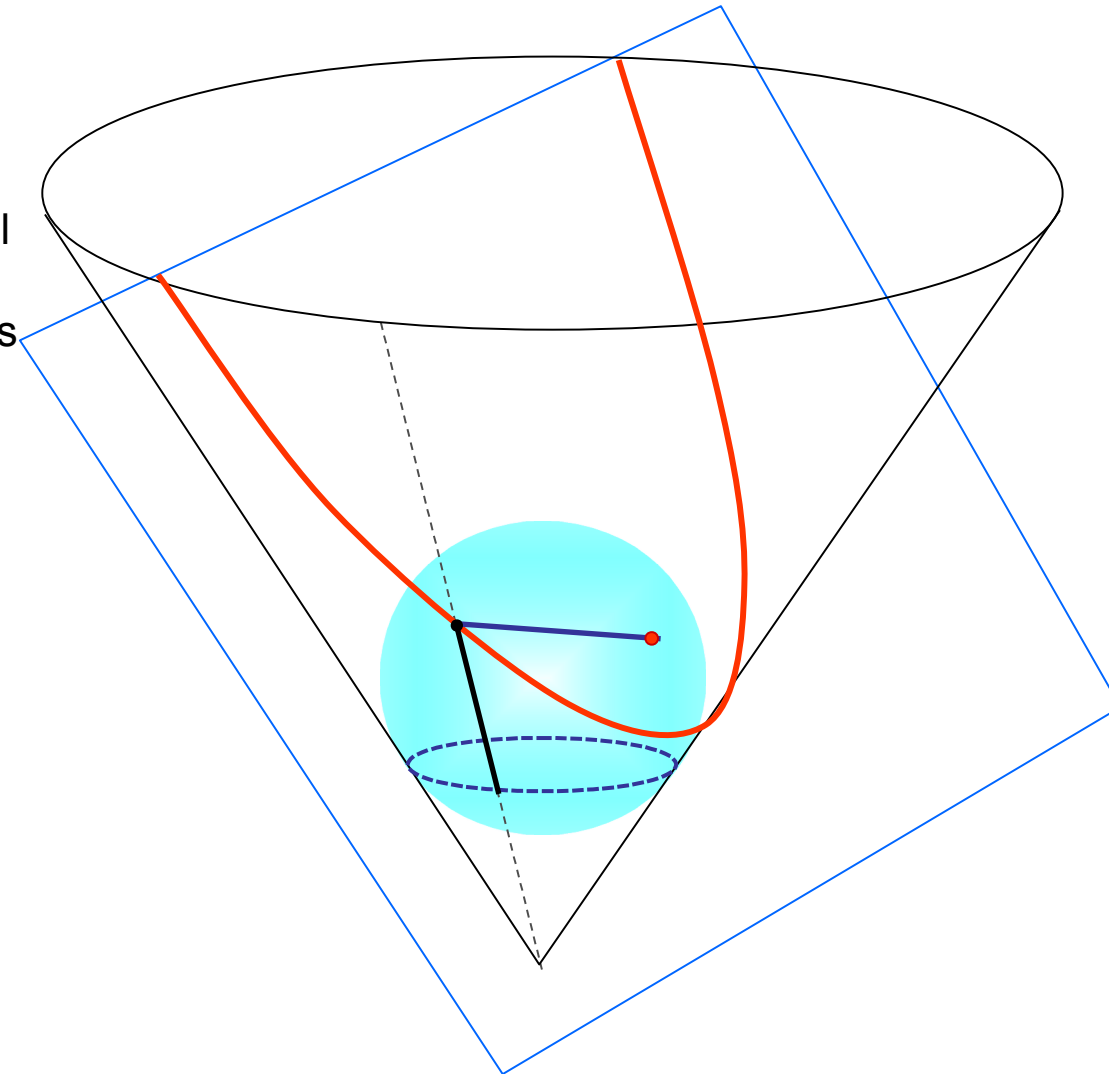
Tomemos un punto en la curva de intersección



Parábola

Demostración.

El segmento azul y el negro son iguales porque son tangentes a la esfera desde el mismo punto.

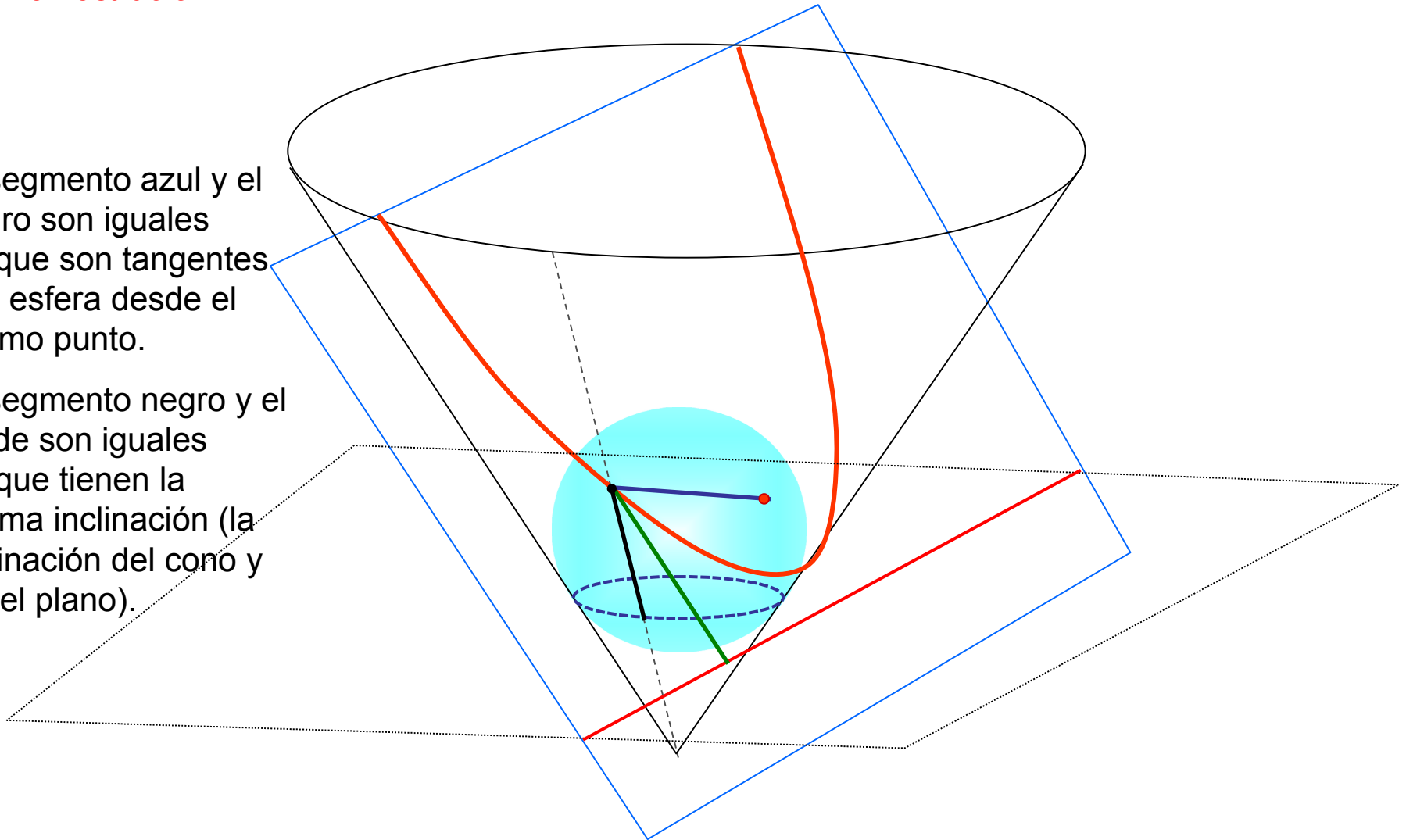


Parábola

Demostración.

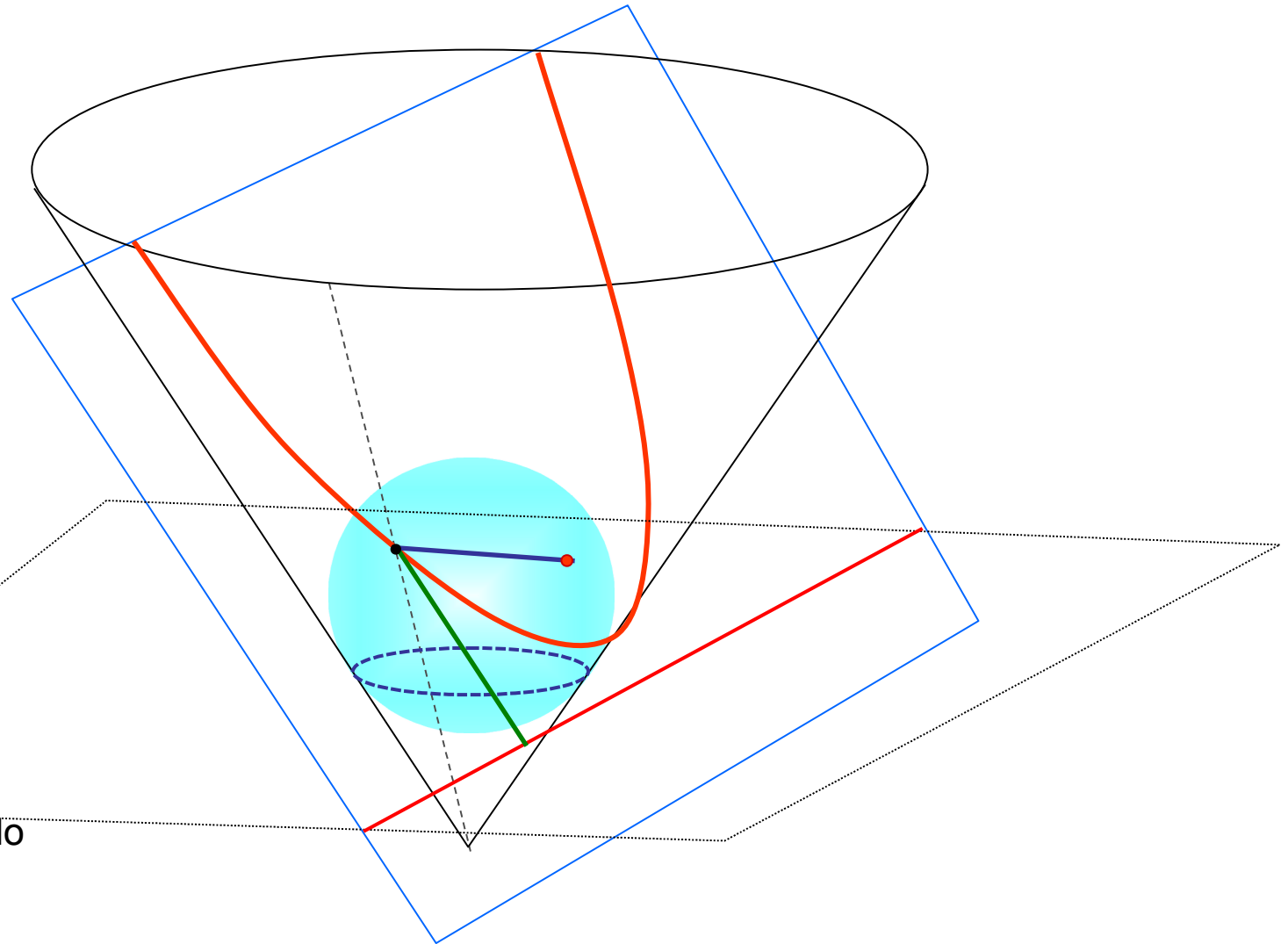
El segmento azul y el negro son iguales porque son tangentes a la esfera desde el mismo punto.

El segmento negro y el verde son iguales porque tienen la misma inclinación (la inclinación del cono y la del plano).



Parábola

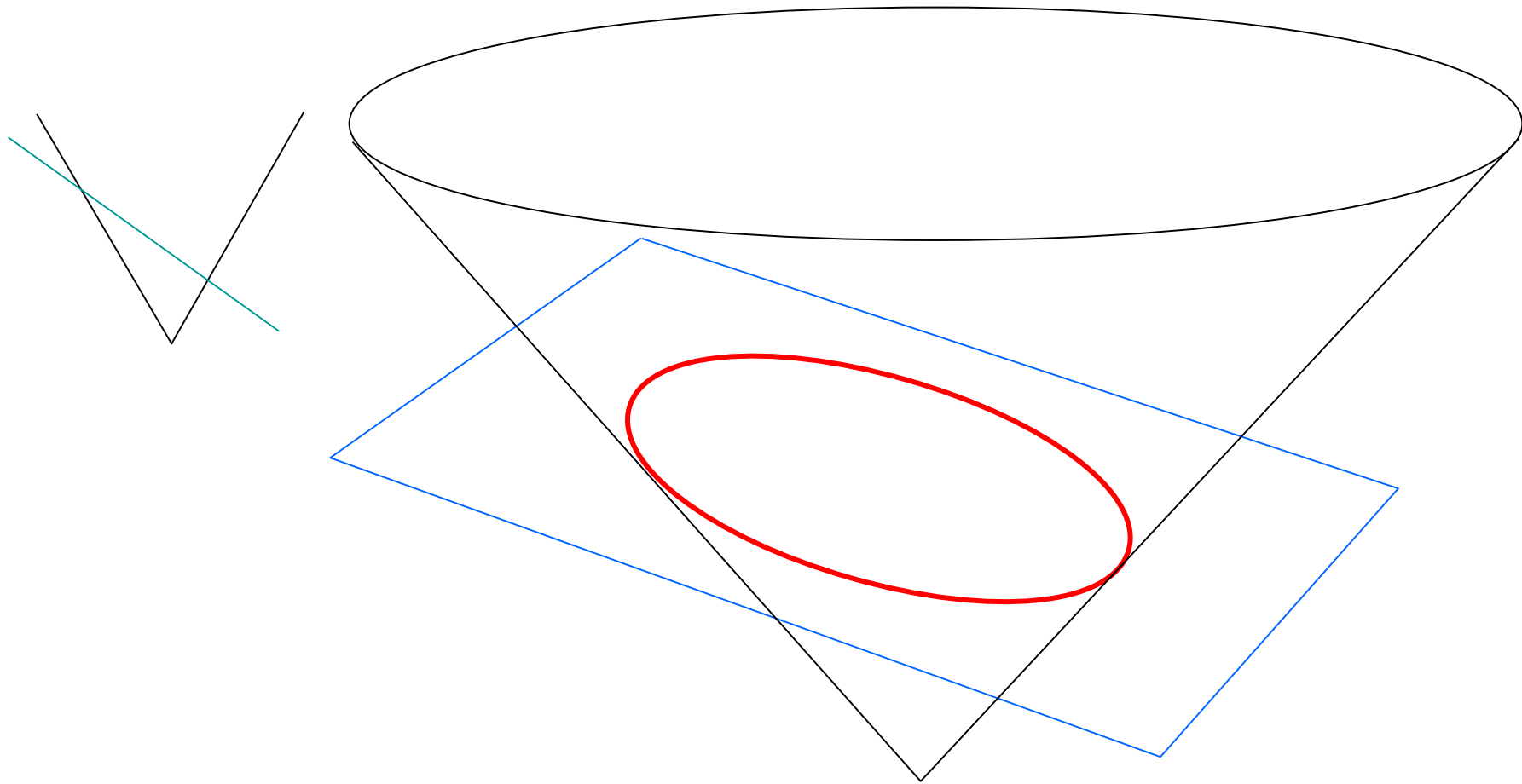
Demostración.



Así que el segmento azul y el verde son siempre iguales, por lo que la curva roja es una parábola.

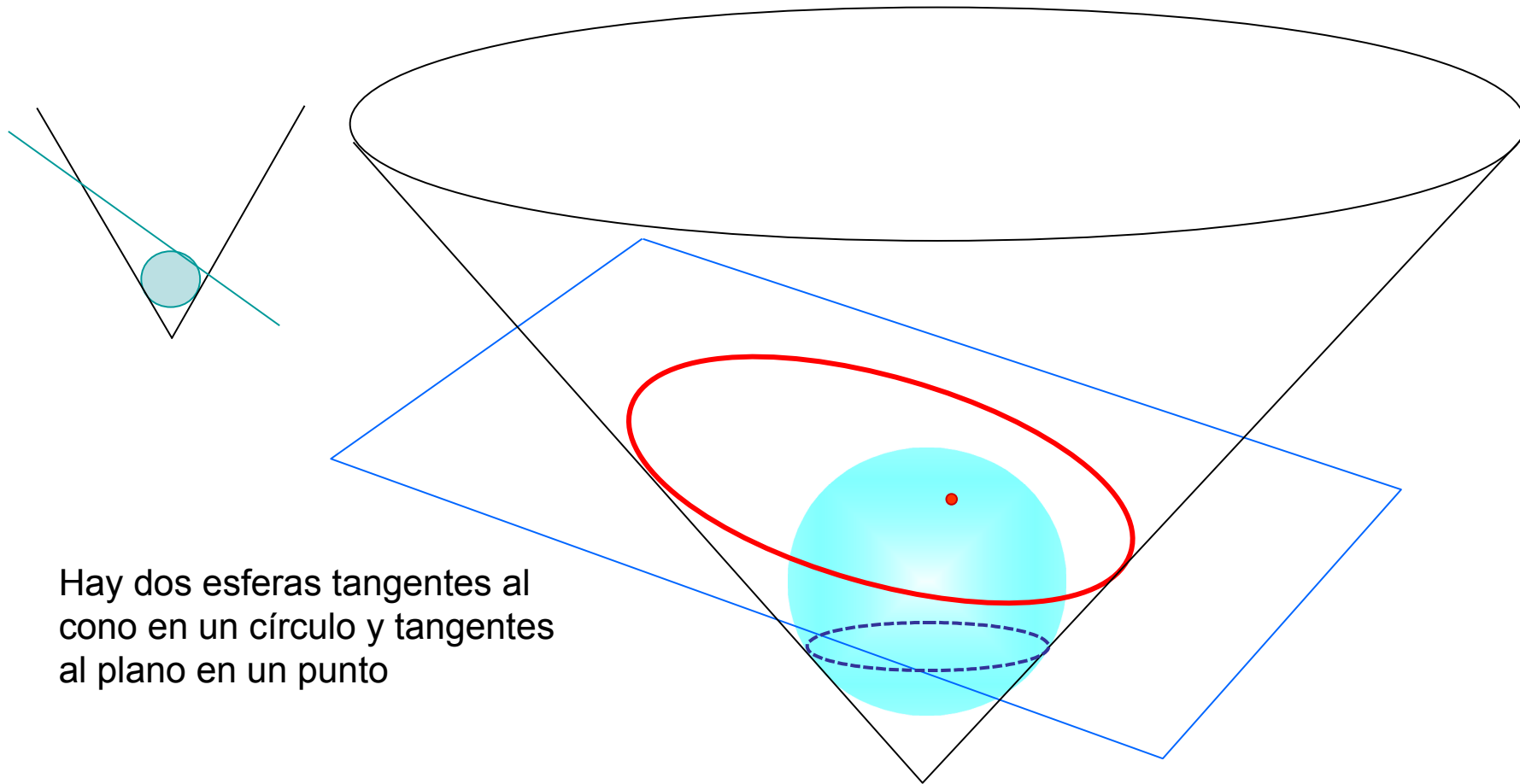
Ellipses

Al cortar un cono con un plano de menor inclinación se obtiene una elipse.



Elipses

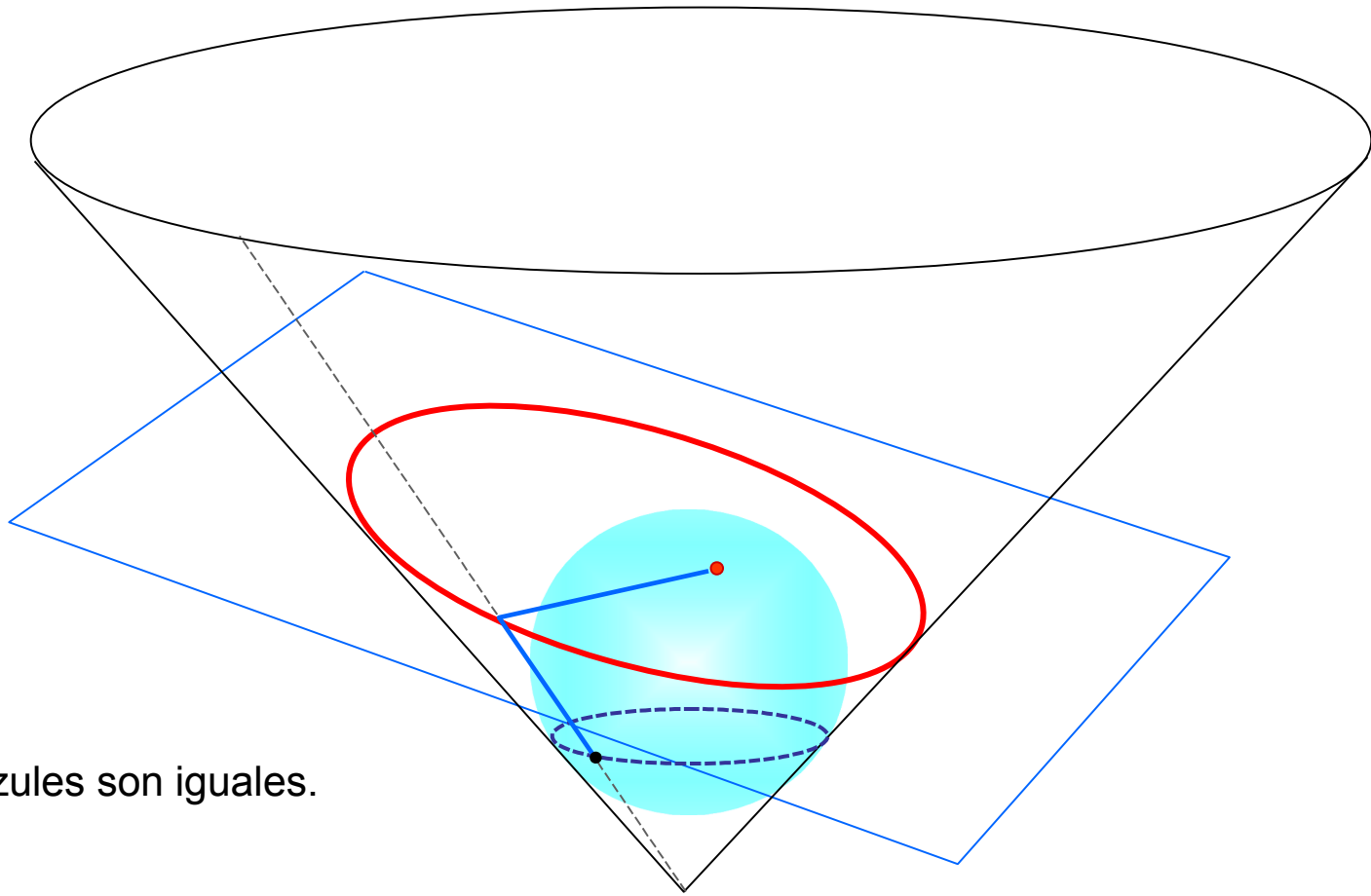
Demostración.



Hay dos esferas tangentes al cono en un círculo y tangentes al plano en un punto

Elipses

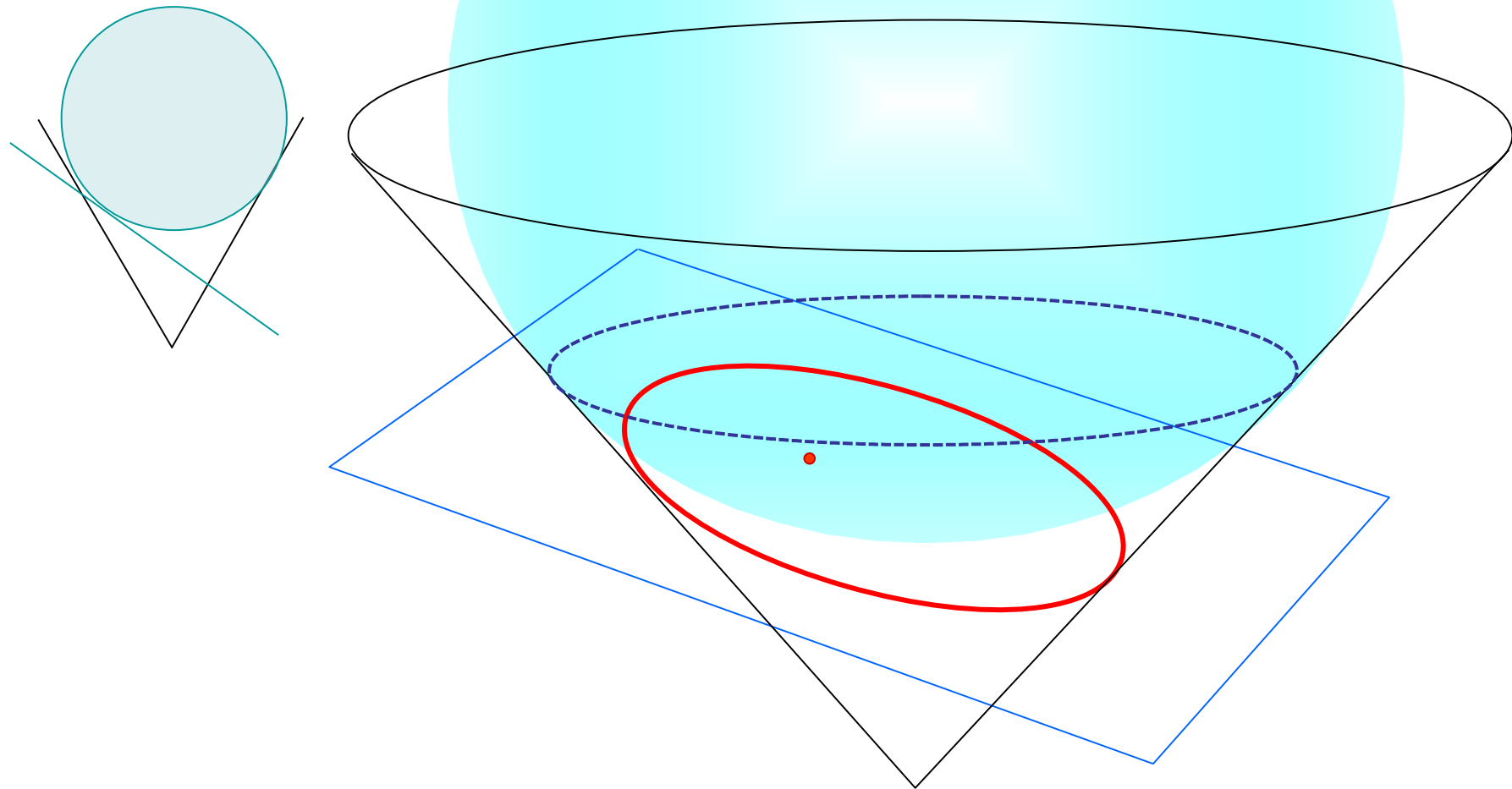
Demostración.



Los segmentos azules son iguales.

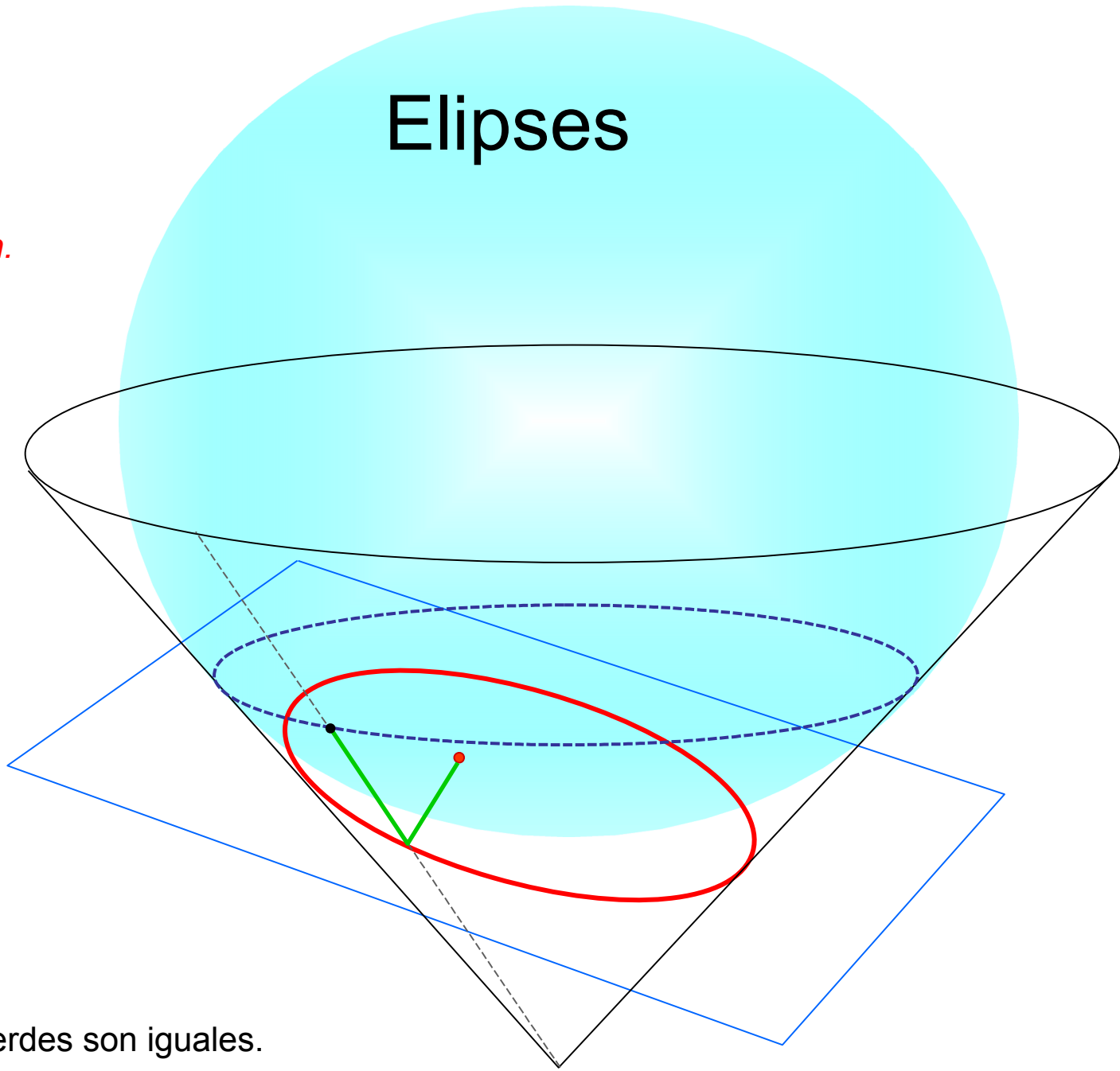
Ellipses

Demostración.



Elipses

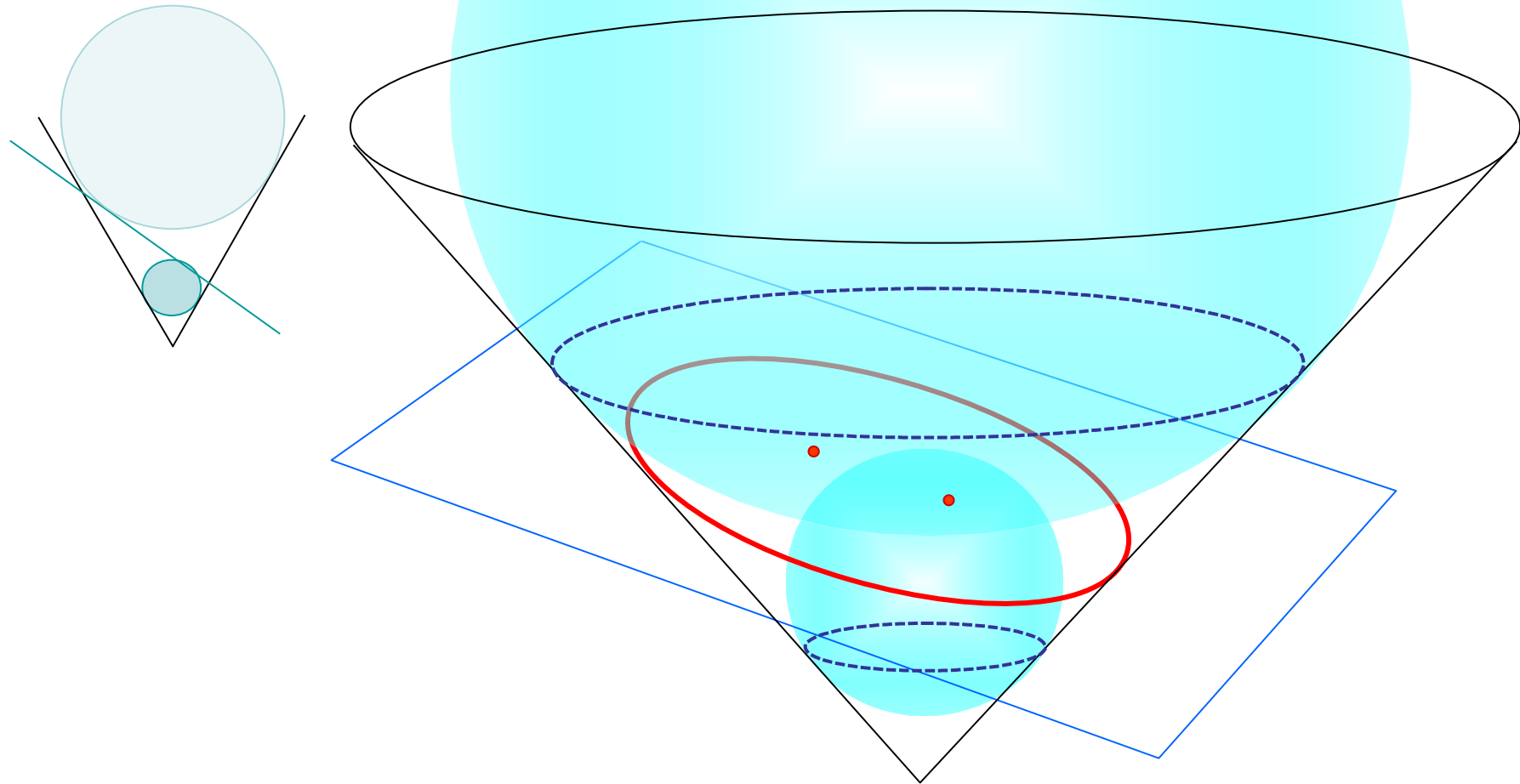
Demostración.



Los segmentos verdes son iguales.

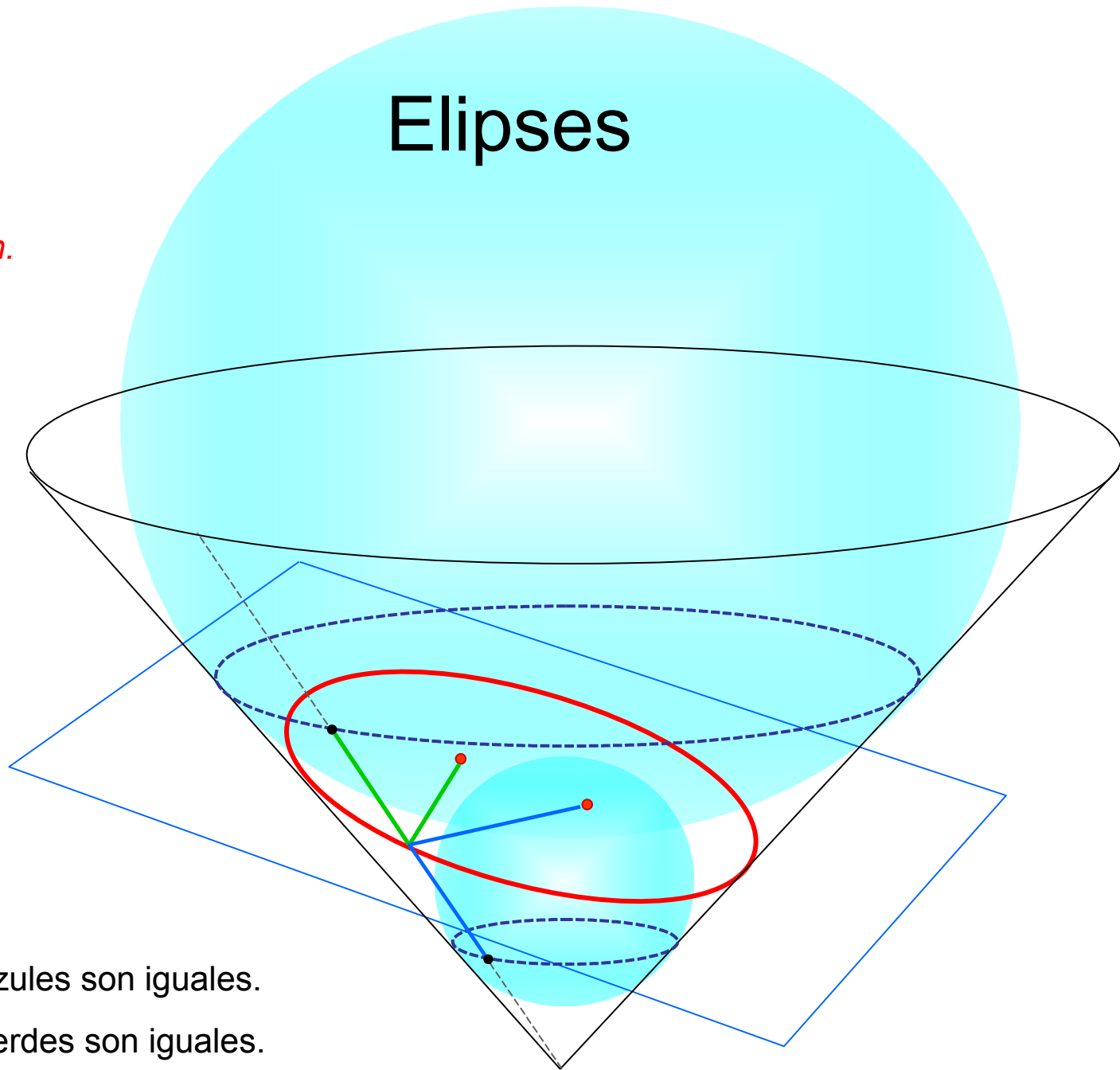
Ellipses

Demostración.



Elipses

Demostración.

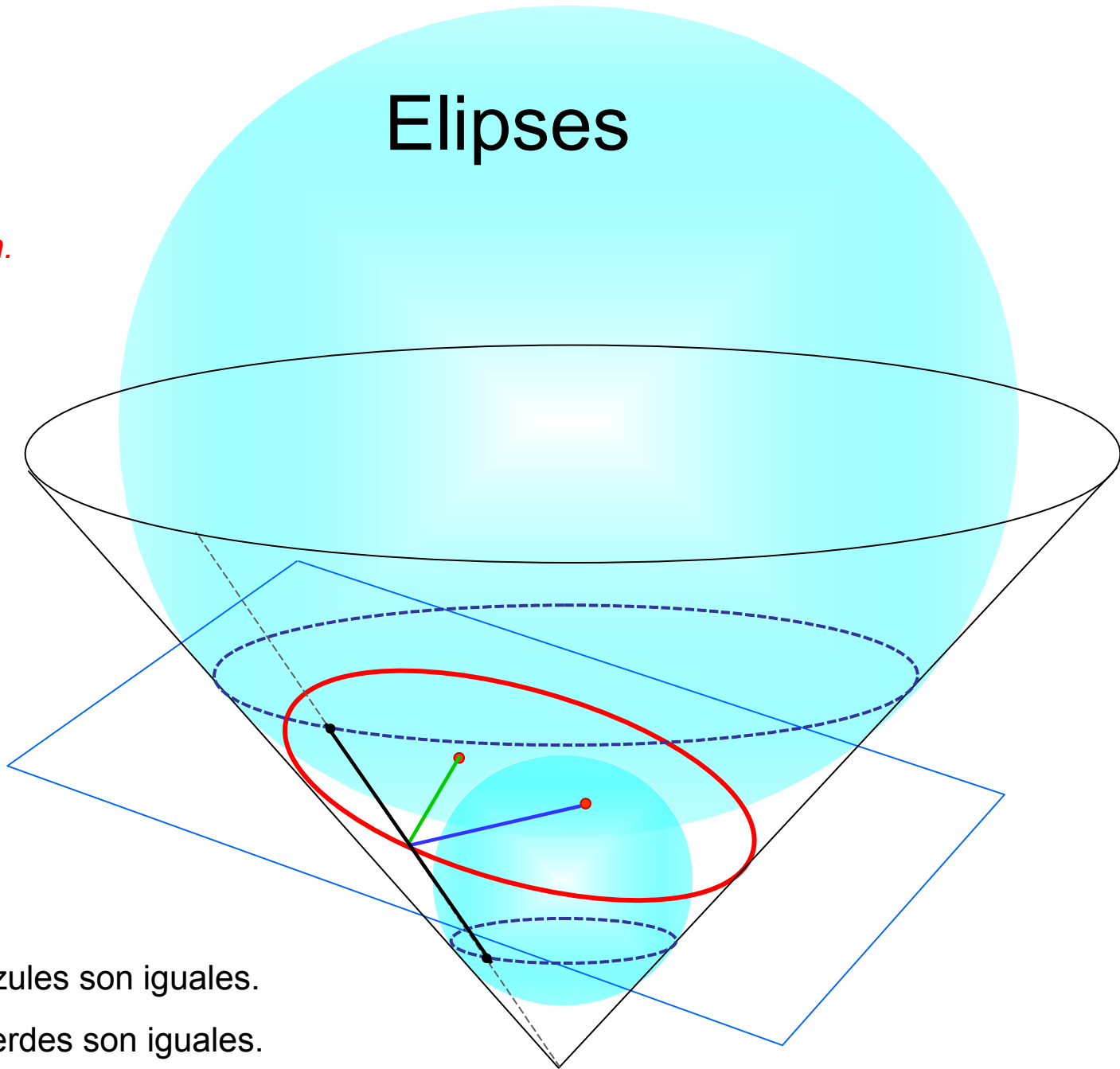


Los segmentos azules son iguales.

Los segmentos verdes son iguales.

Elipses

Demostración.



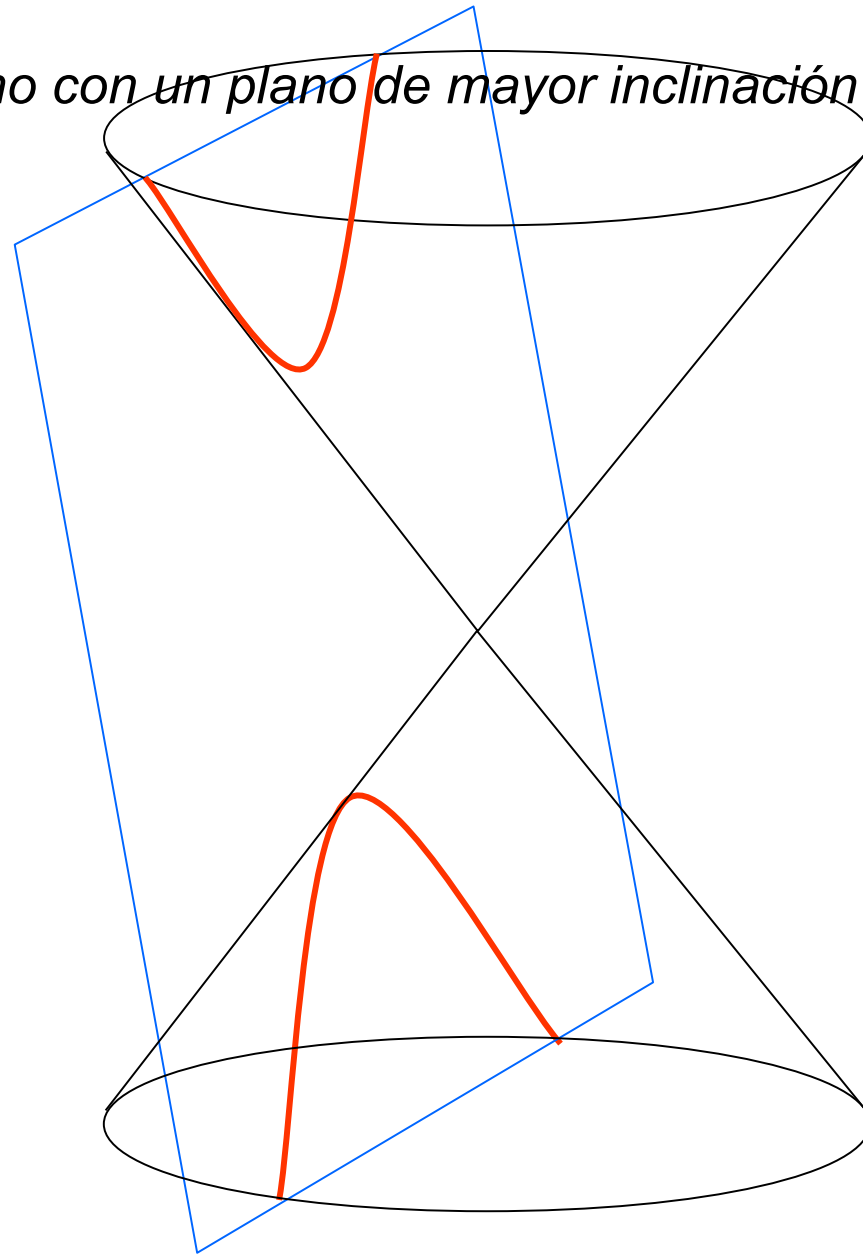
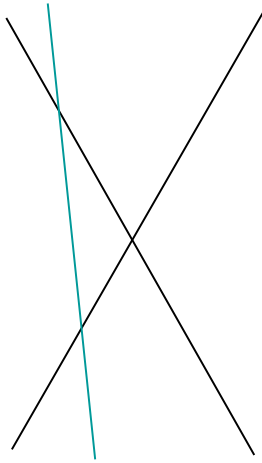
Los segmentos azules son iguales.

Los segmentos verdes son iguales.

Así que la suma de las distancias de un punto de la curva a los puntos rojos es el segmento negro, que mide la distancia entre los círculos en el cono (por lo tanto no depende del punto).

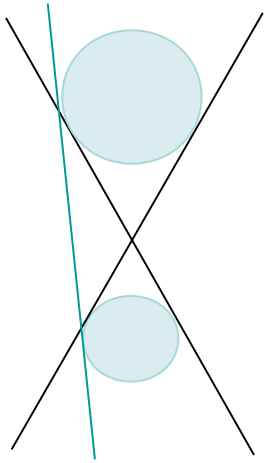
Hipérbolas

Al cortar un cono con un plano de mayor inclinación se obtiene una hipérbola.

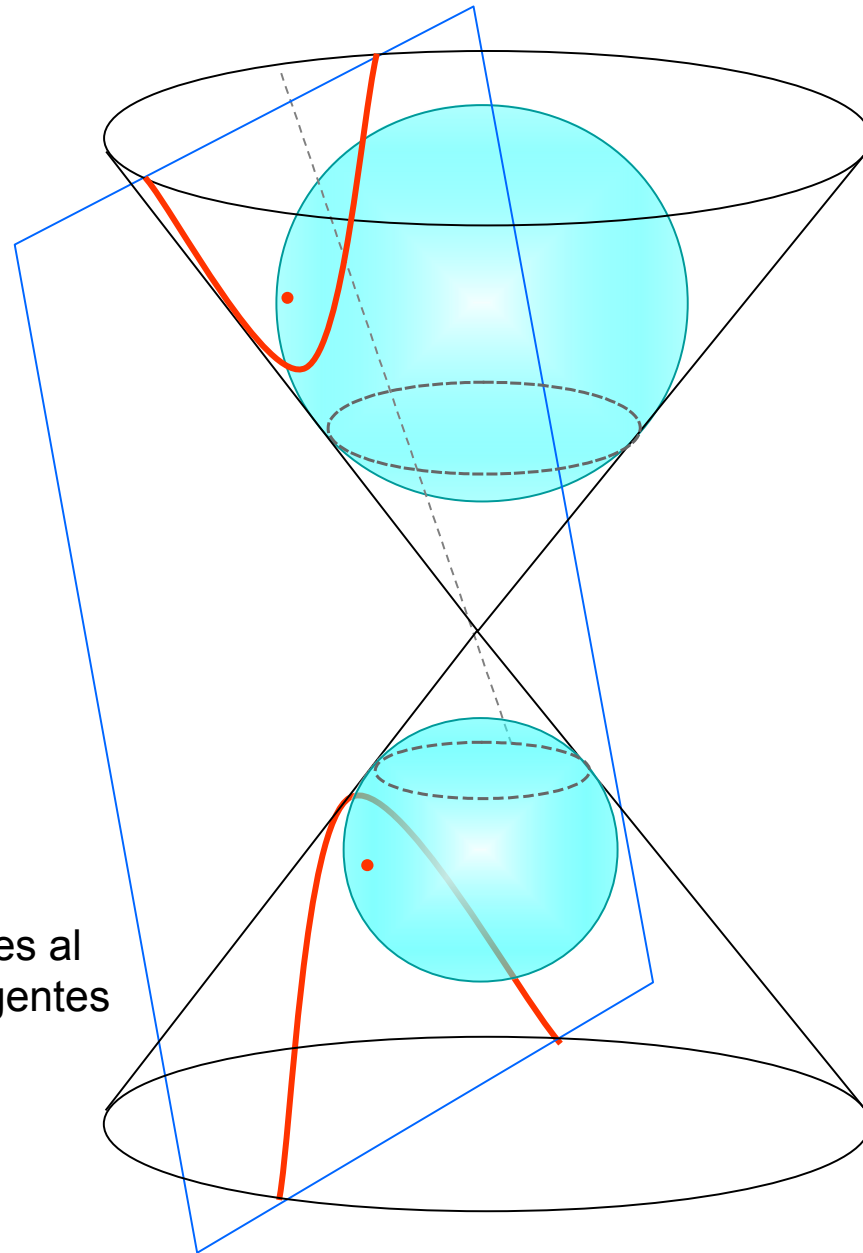


Hipérbolas

Demostración.

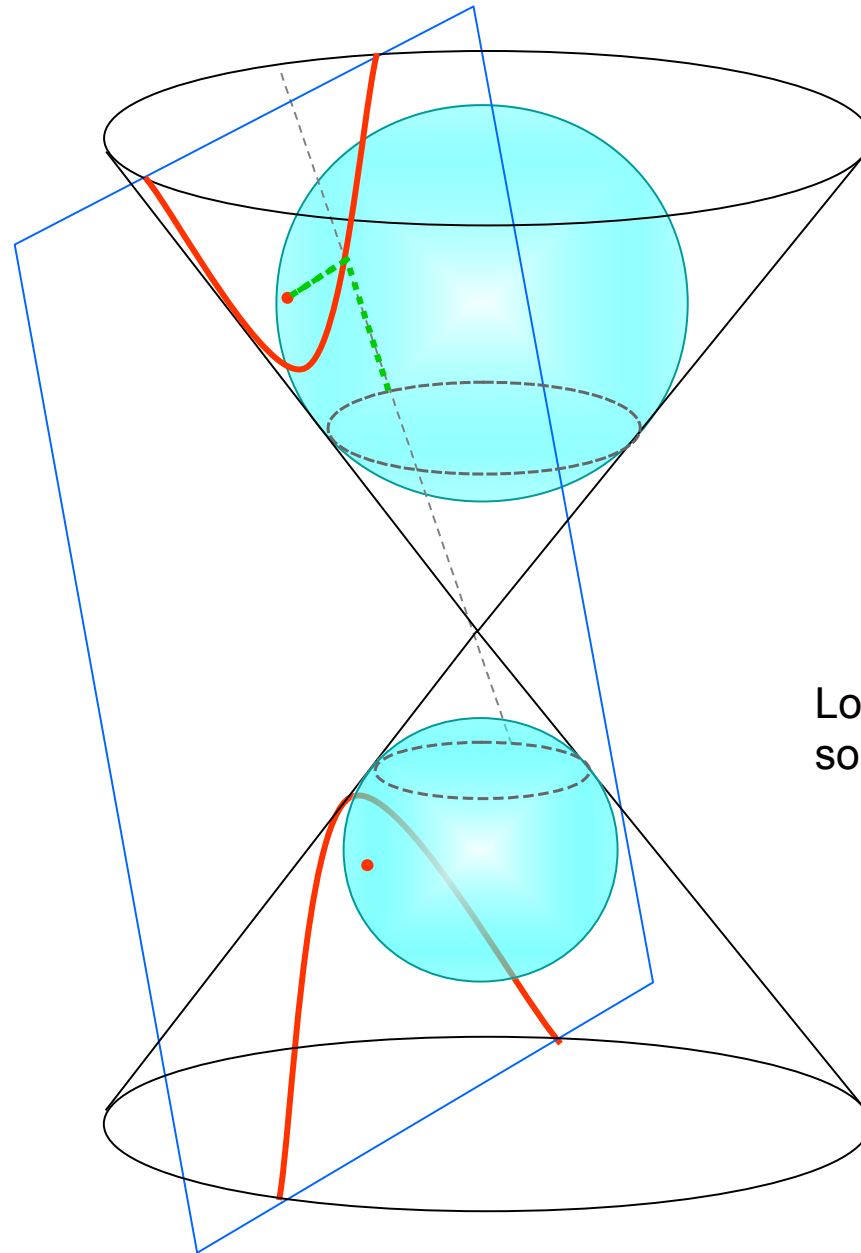


Hay dos esferas tangentes al cono en un círculo y tangentes al plano en un punto



Hipérbolas

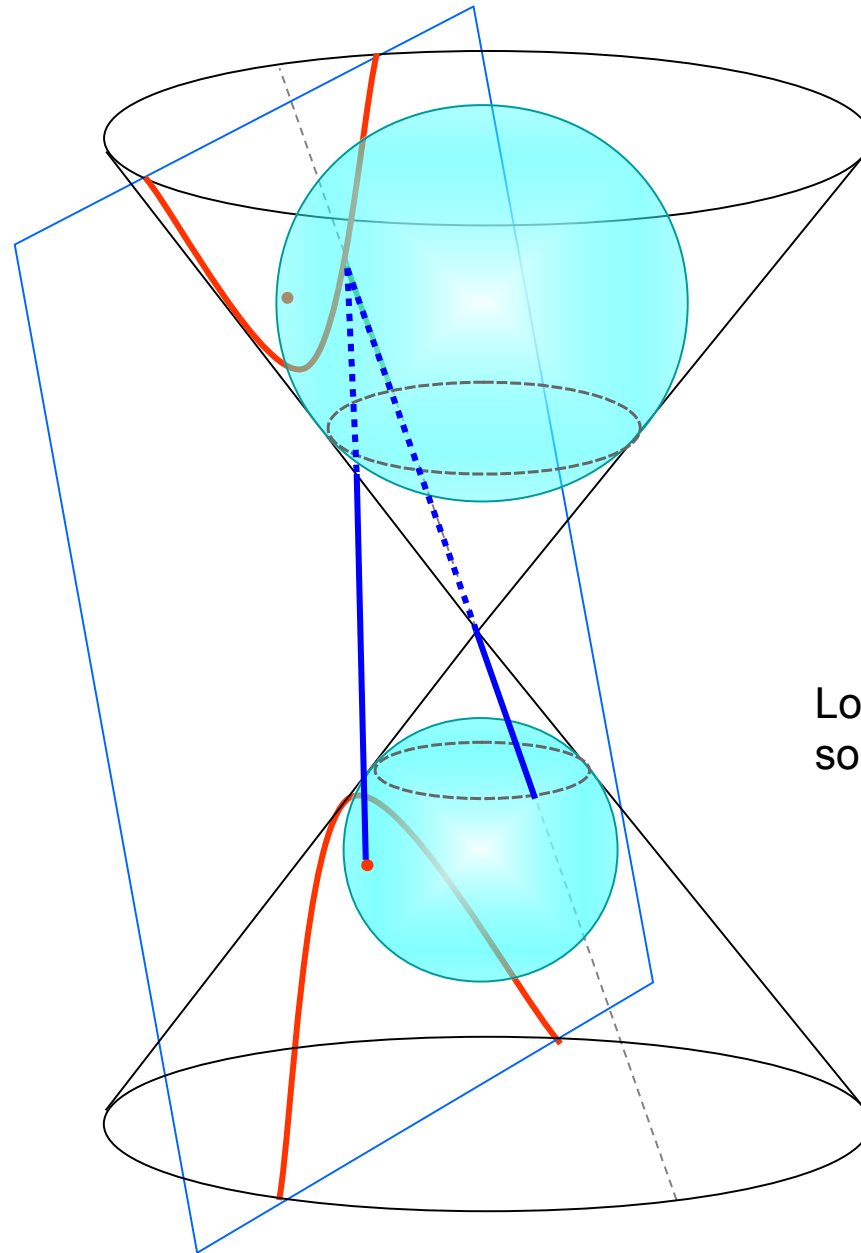
Demostración.



Los segmentos verdes
son iguales.

Hipérbolas

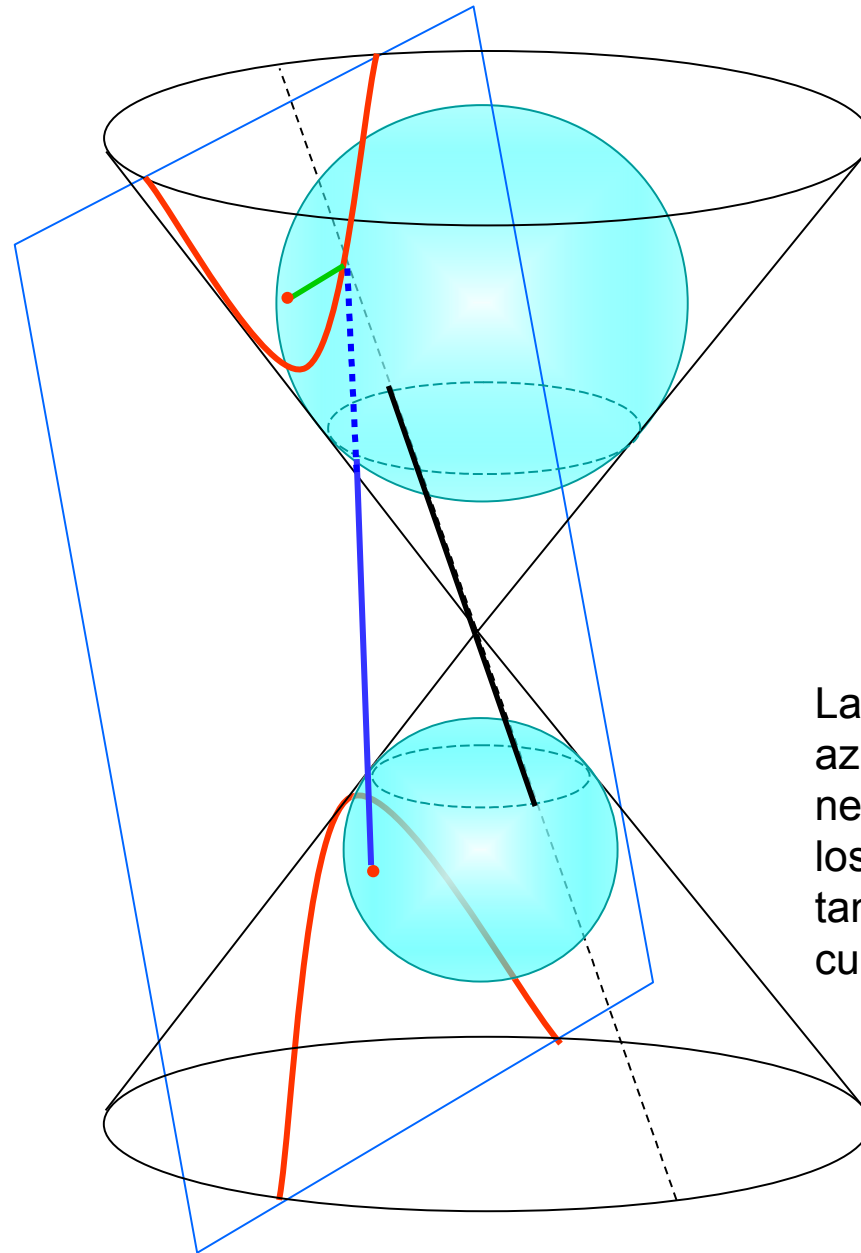
Demostración.



Los segmentos azules son iguales.

Hipérbolas

Demostración.



La diferencia entre el segmento azul y el verde es el segmento negro, que mide la distancia entre los círculos en el cono (y por lo tanto no depende del punto de la curva).