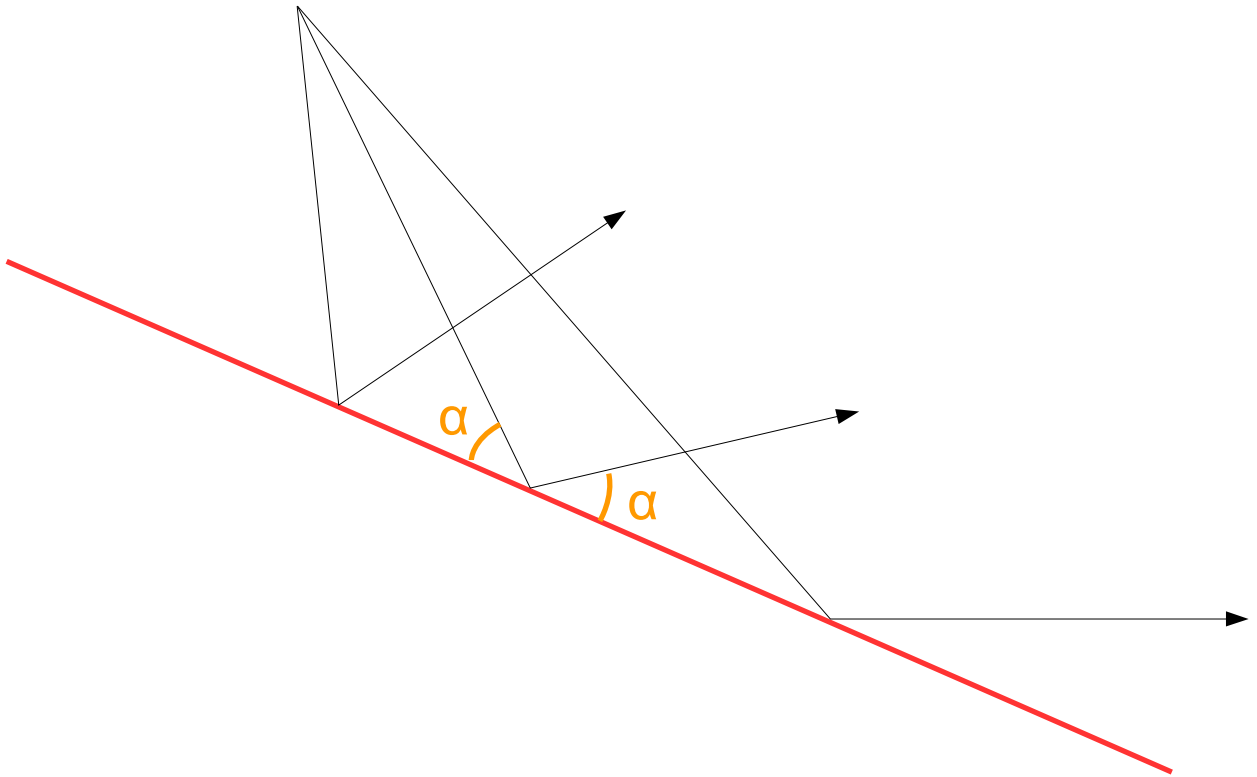
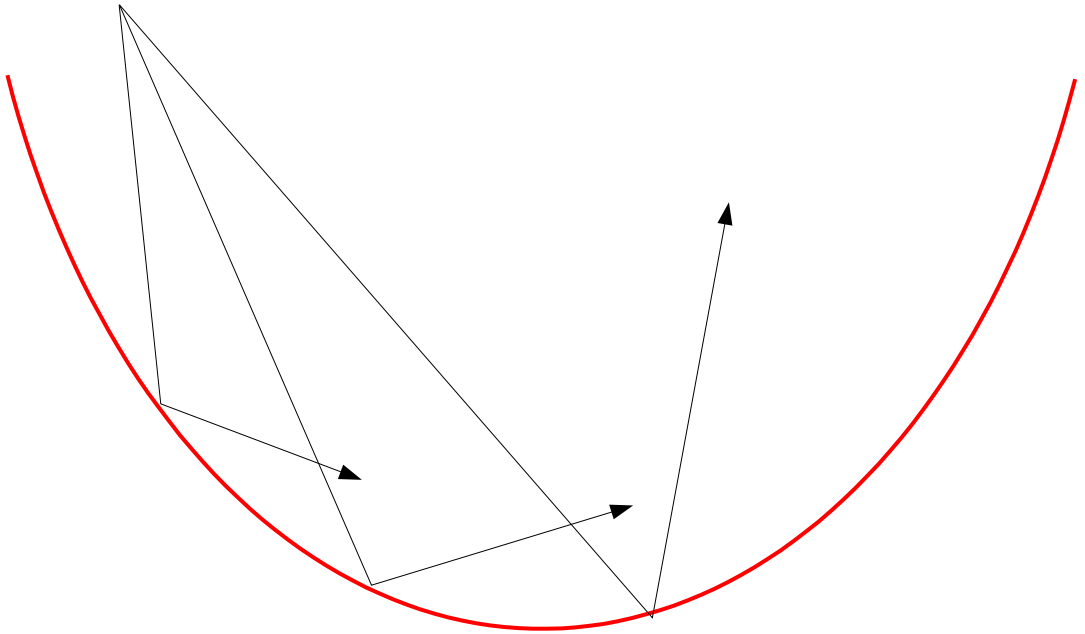
Reflexión

Los rayos de luz se reflejan en una superficie plana de modo que el ángulo incidente es igual al ángulo reflejado.



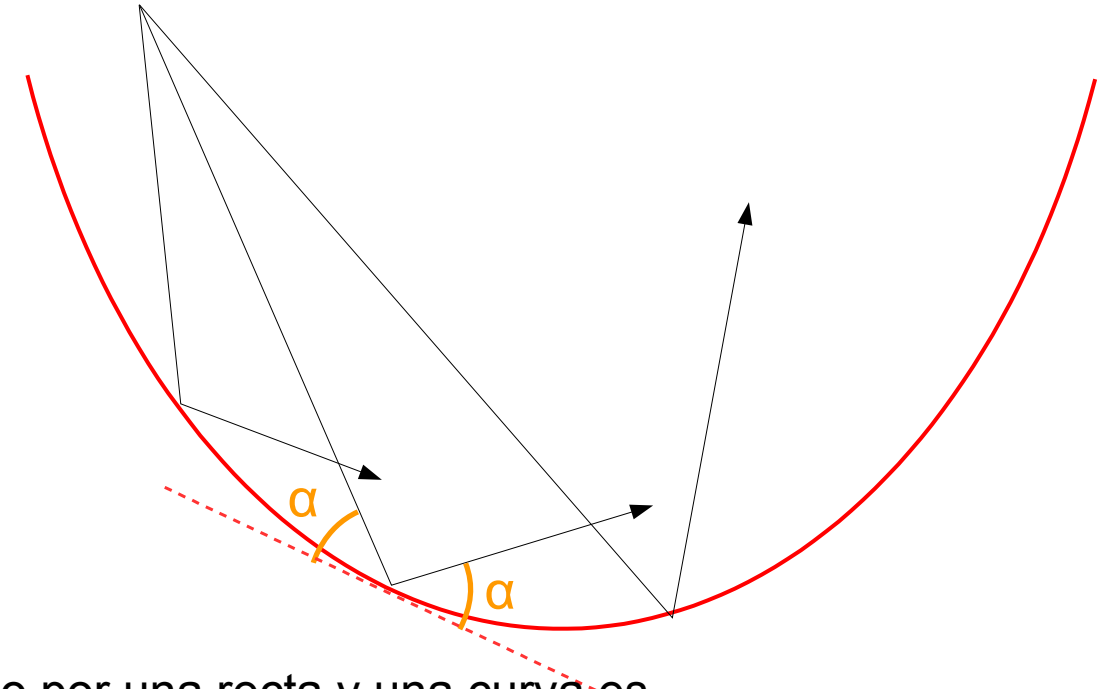
Reflexión

Los rayos de luz se reflejan en una superficie curva de modo que el ángulo incidente es igual al ángulo reflejado.



Reflexión

Los rayos de luz se reflejan en una superficie curva de modo que el ángulo incidente es igual al ángulo reflejado.



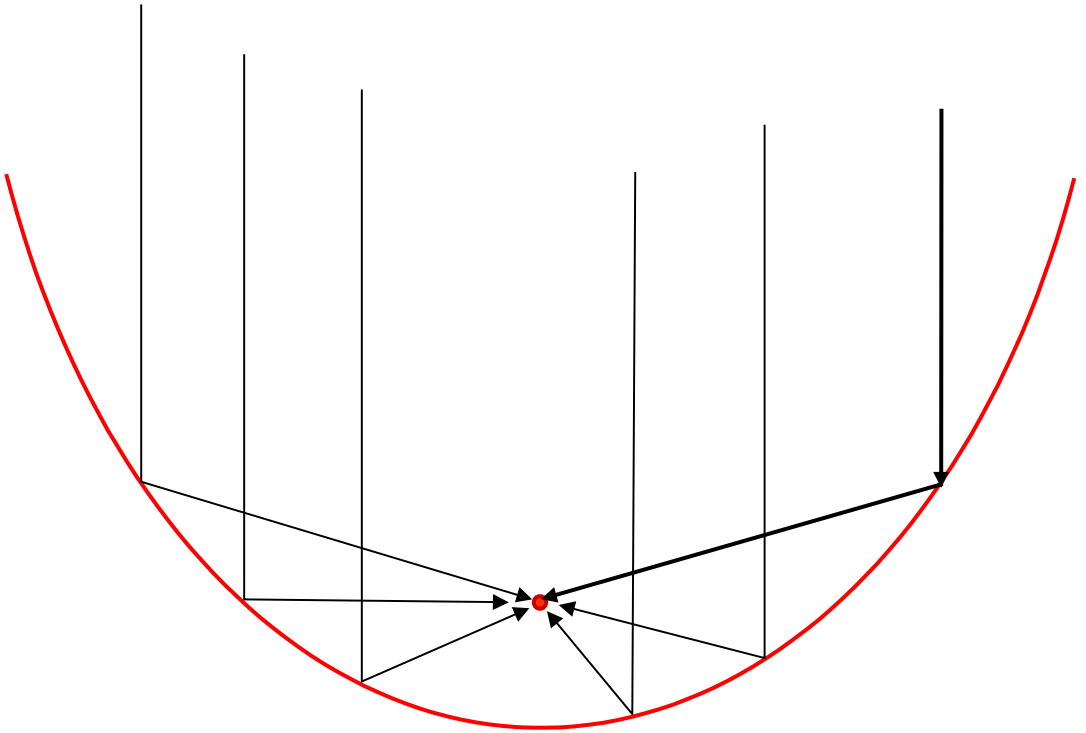
El ángulo formado por una recta y una curva es
el ángulo formado por la recta y la tangente a la curva.

Cónicas

Las cónicas tienen propiedades de reflexión muy especiales.

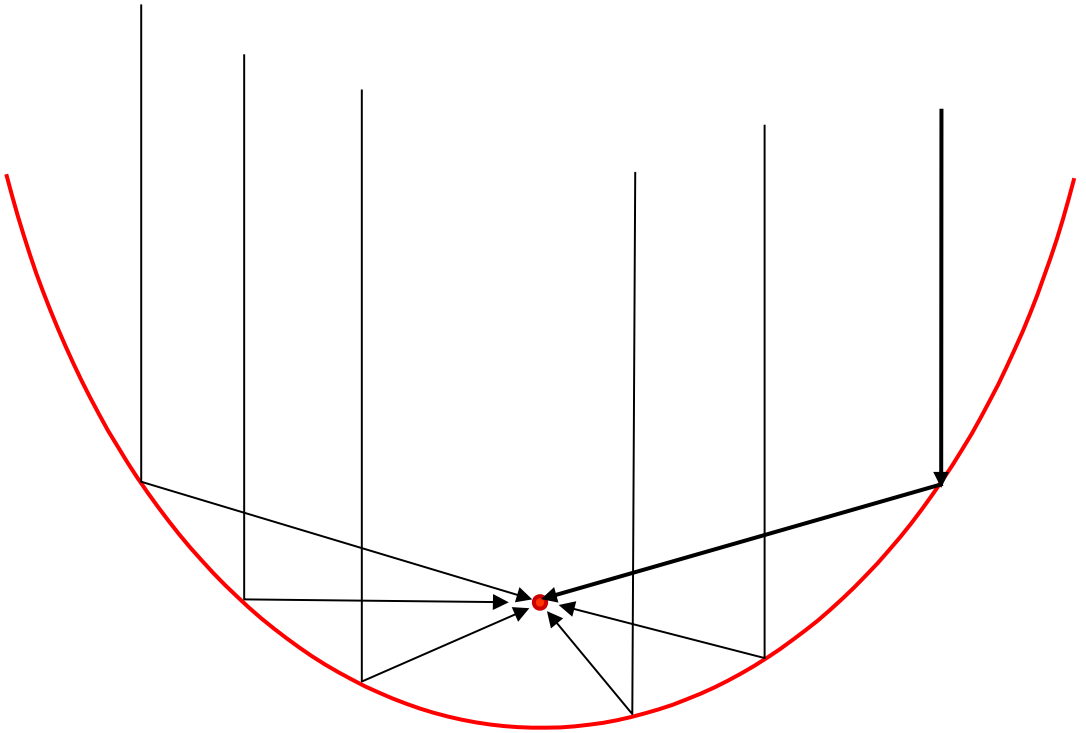
Parábola

Propiedad focal: *Los rayos paralelos al eje de una parábola que se reflejan en ella se concentran en su foco.*



Parábola

Propiedad focal: *Los rayos paralelos al eje de una parábola que se reflejan en ella se concentran en su foco.*

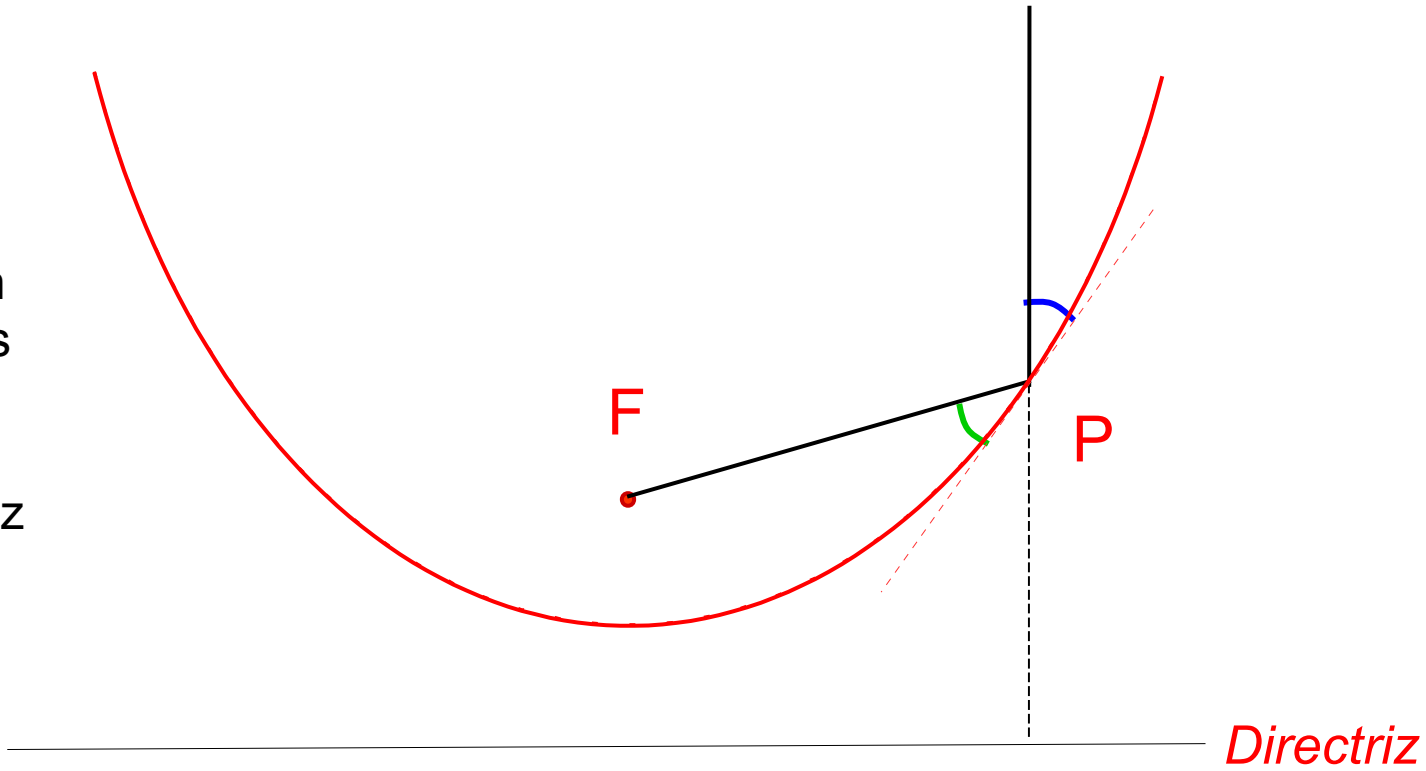


Parábola

Propiedad focal: *Los rayos paralelos al eje de una parábola que se reflejan en ella se concentran en su foco.*

Demostración.

Como los rayos de luz se reflejan con el mismo ángulo con que inciden, basta mostrar que la tangente a la parábola en un punto P forma ángulos iguales con la línea que va de P al foco y la línea perpendicular a la directriz



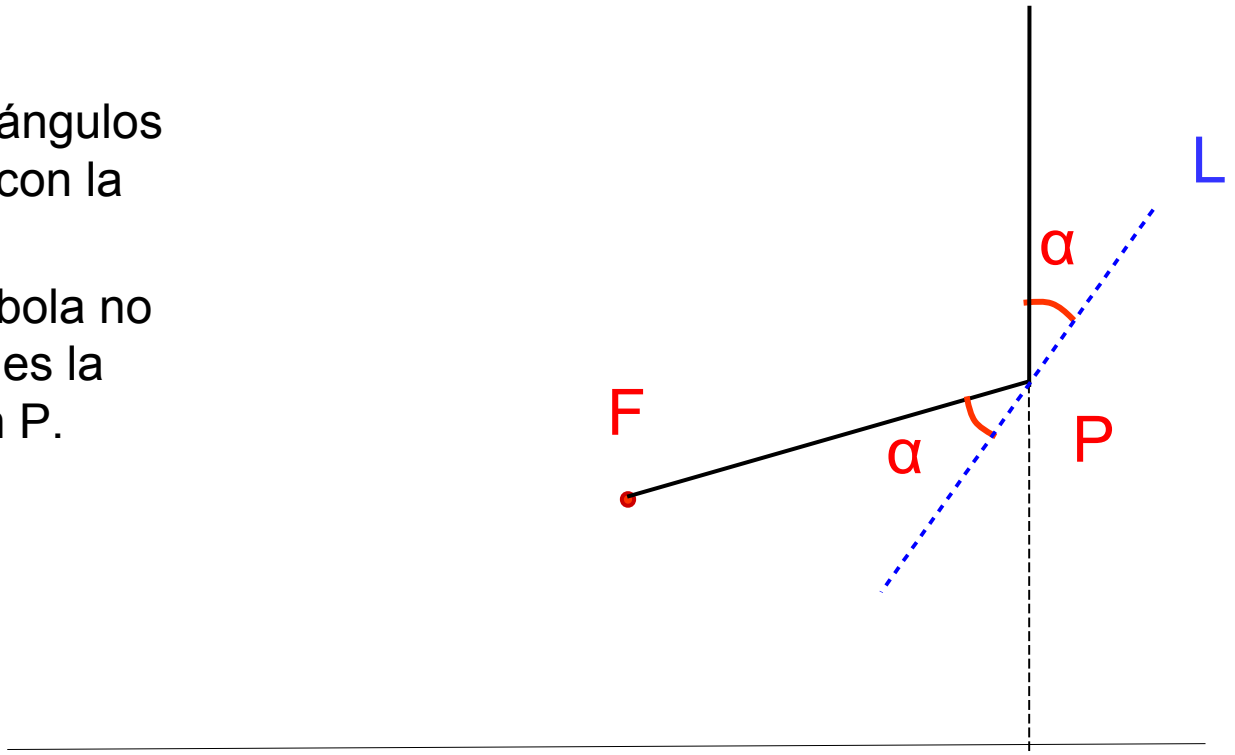
Parábola

Propiedad focal: *Los rayos paralelos al eje de una parábola que se reflejan en ella se concentran en su foco.*

Demostración.

Sea L la linea que forma ángulos iguales con la linea PF y con la paralela al eje por P.

Mostraremos que la parábola no cruza a L y por lo tanto L es la tangente a la parábola en P.

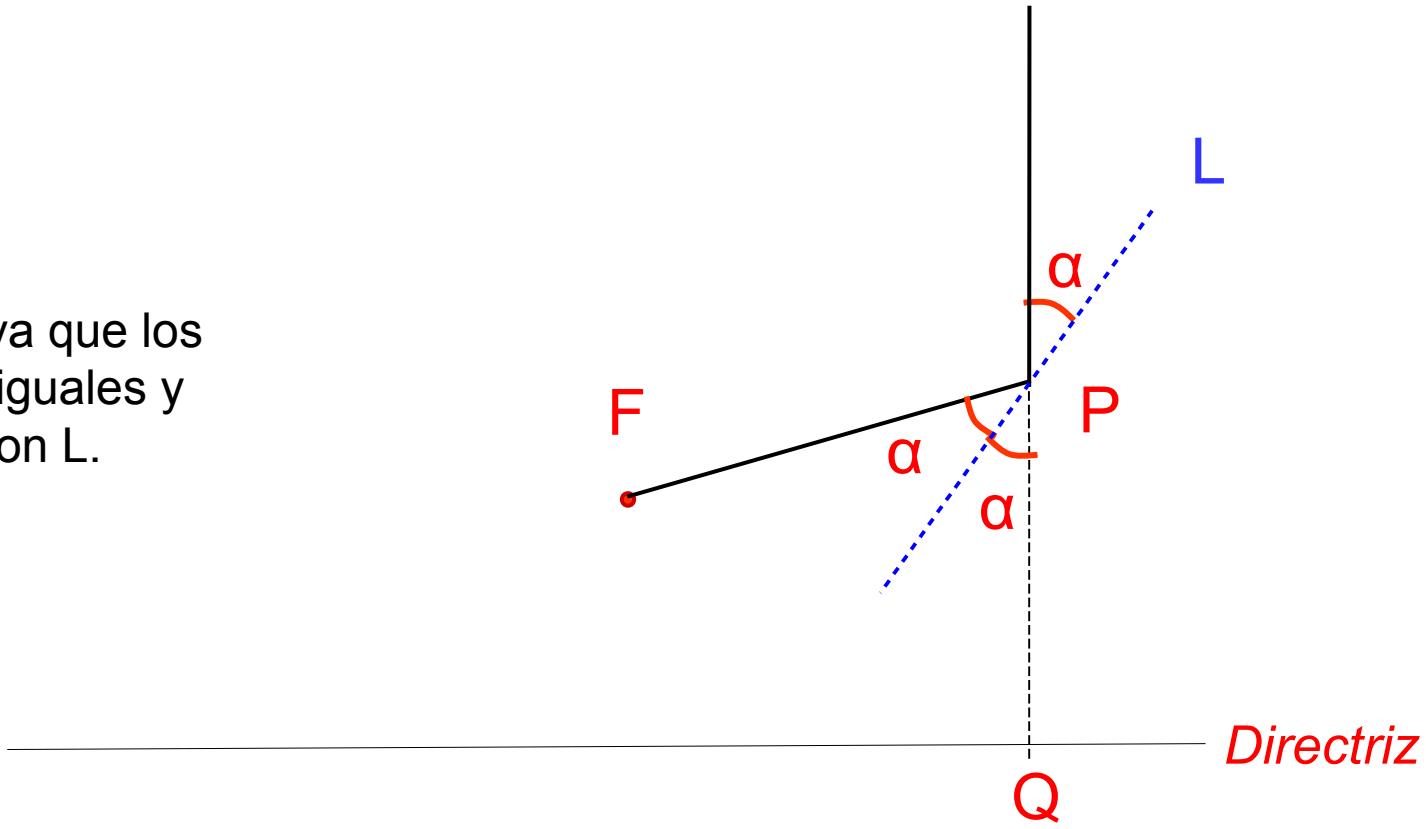


Parábola

Propiedad focal: *Los rayos paralelos al eje de una parábola que se reflejan en ella se concentran en su foco.*

Demostración.

L es la mediatriz de FQ, ya que los segmentos PF y PQ son iguales y forman ángulos iguales con L.



Parábola

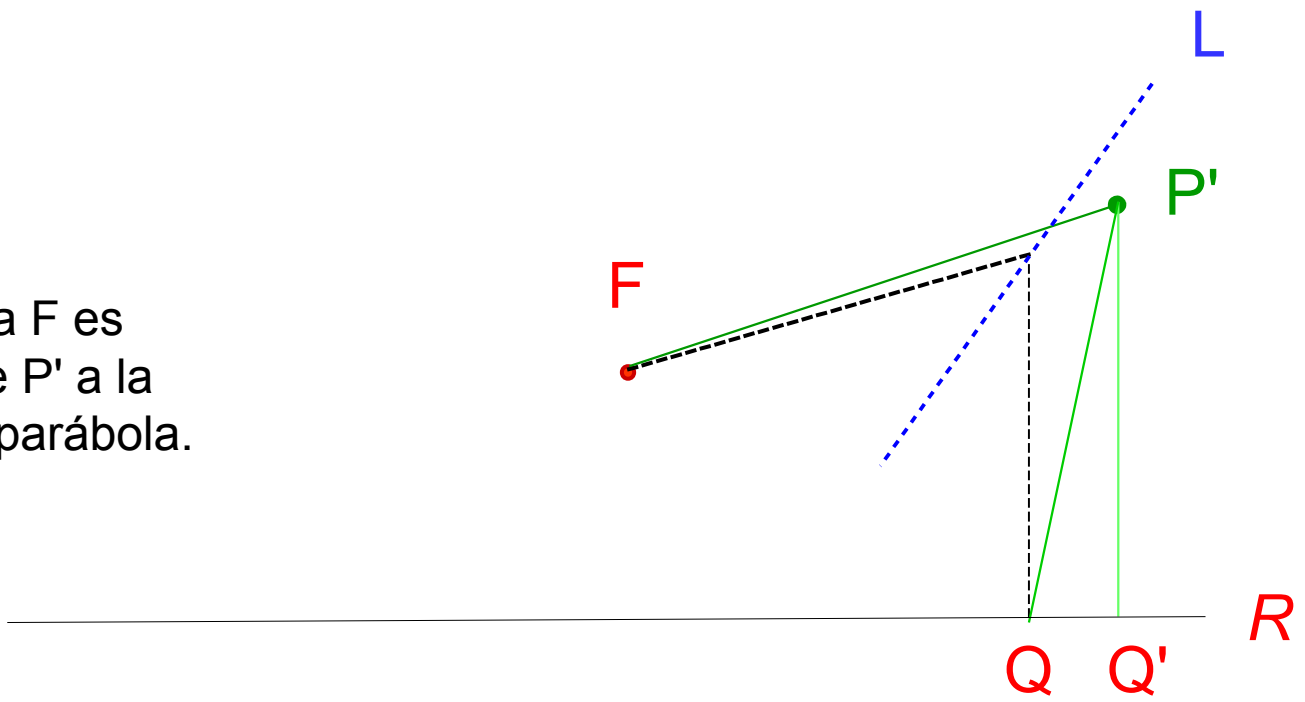
Propiedad focal: *Los rayos paralelos al eje de una parábola que se reflejan en ella se concentran en su foco.*

Demostración.

Cualquier punto P' del otro lado de la mediatriz está mas lejos de F que de Q.

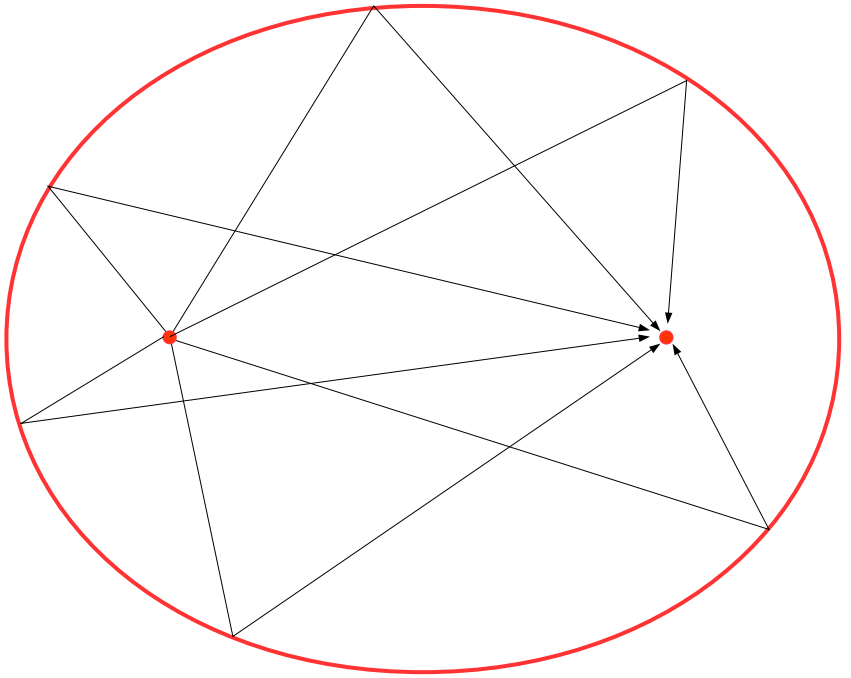
Asi que FP' > P'Q > P'Q'

Como la distancia de P' a F es mayor que la distancia de P' a la linea *R*, P' no esta en la parábola.



Elipse

Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una elipse y se reflejan en la elipse se concentran en el otro foco.

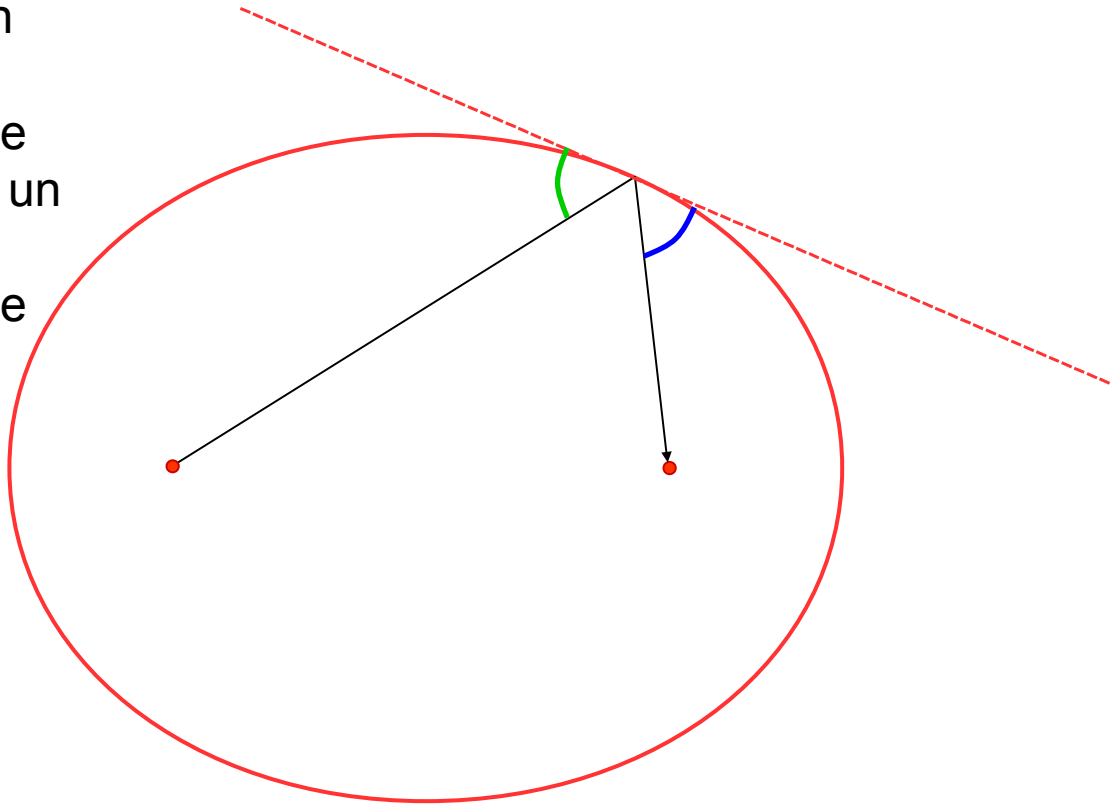


Elipse

Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una elipse y se reflejan en la elipse se concentran en el otro foco.

Demostración.

Como la luz se refleja con el mismo ángulo con que incide, basta mostrar que la tangente a la elipse en un punto P forma ángulos iguales con las líneas que van de los focos a P.



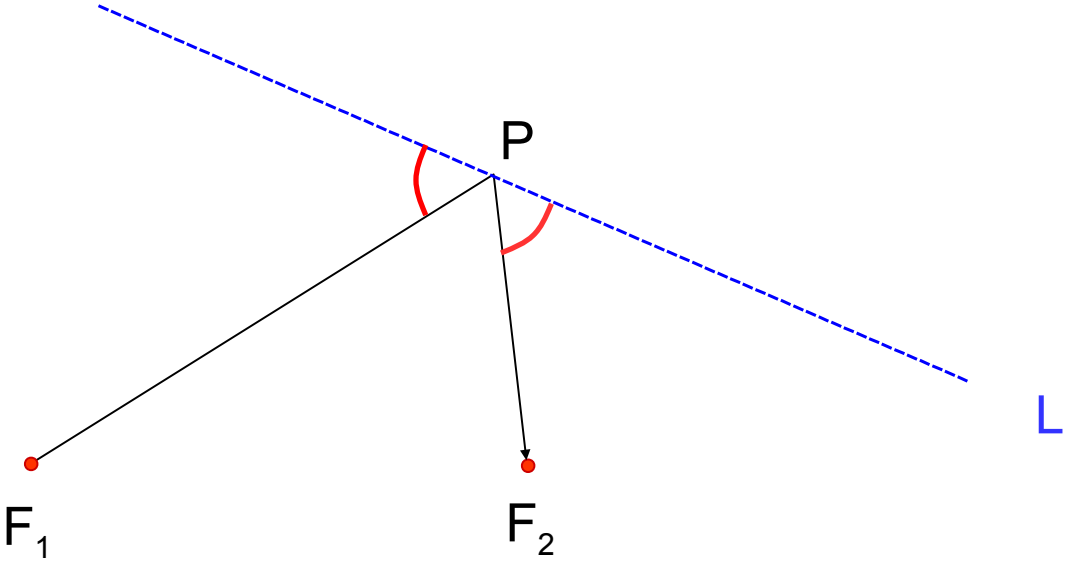
Elipse

Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una elipse y se reflejan en la elipse se concentran en el otro foco.

Demostración.

Tomemos la recta L que pasa por P y forma ángulos iguales con las líneas que van a los focos.

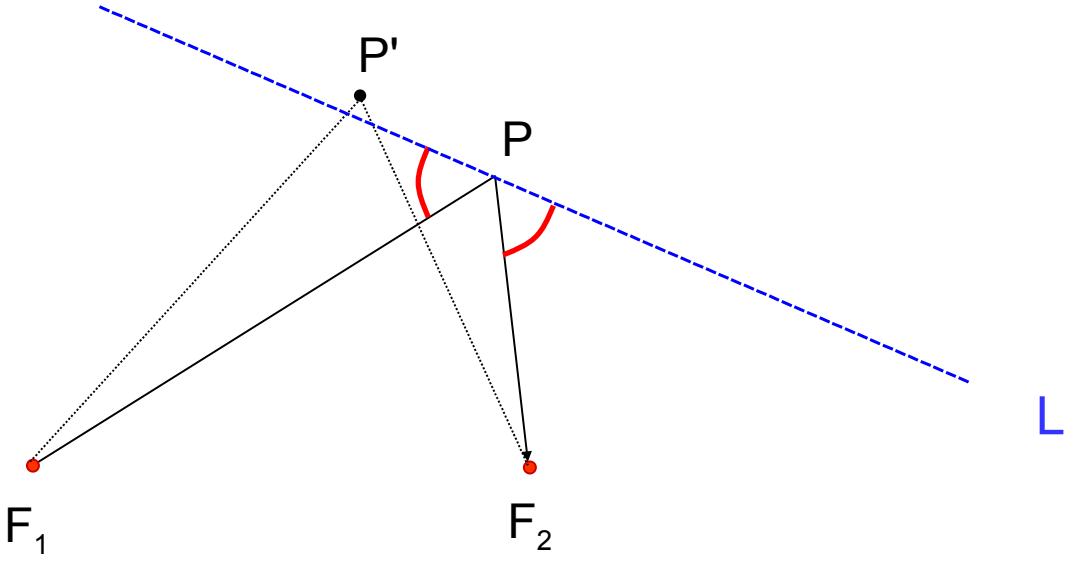
Veremos que L es la tangente a la elipse, mostrando que todos los puntos de la elipse quedan del mismo lado de L



Elipse

Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una elipse y se reflejan en la elipse se concentran en el otro foco.

Demostración.

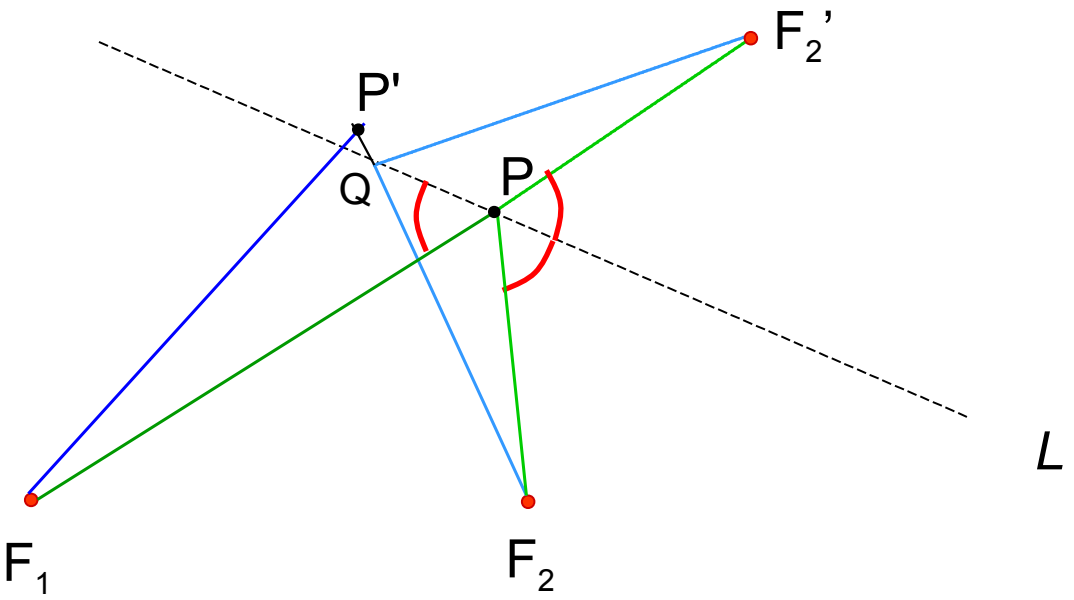


Basta ver que para cualquier punto P' del otro lado de L la suma de las distancias de P' a los focos es mayor que la suma de las distancias de P a los focos.

Elipse

Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una elipse y se reflejan en la elipse se concentran en el otro foco.

Demostración.



Si reflejamos PF_2 y RF_2 en la recta T vemos que

$F_1P' + P'F_2 = F_1P' + P'Q + QF_2' > F_1P + PF_2' = F_1P + PF_2$

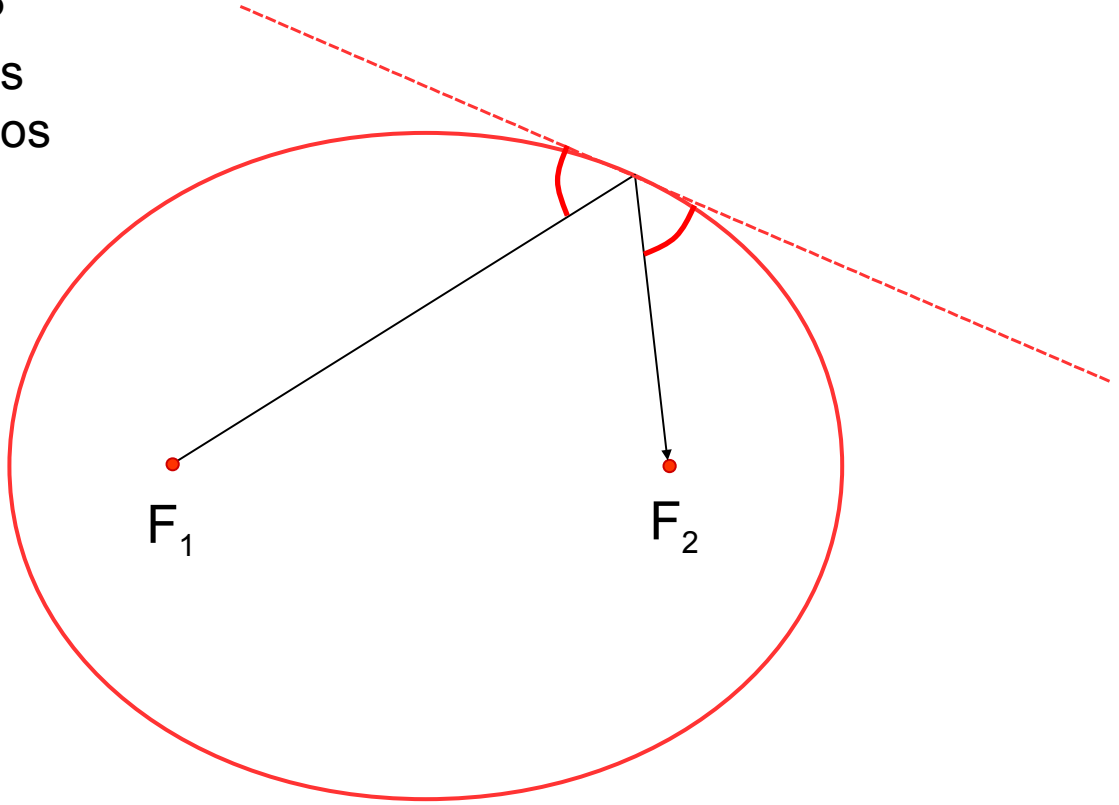
Así que P' no puede estar en la elipse, y L debe ser tangente a la elipse.

Elipse

Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una elipse y se reflejan en la elipse se concentran en el otro foco.

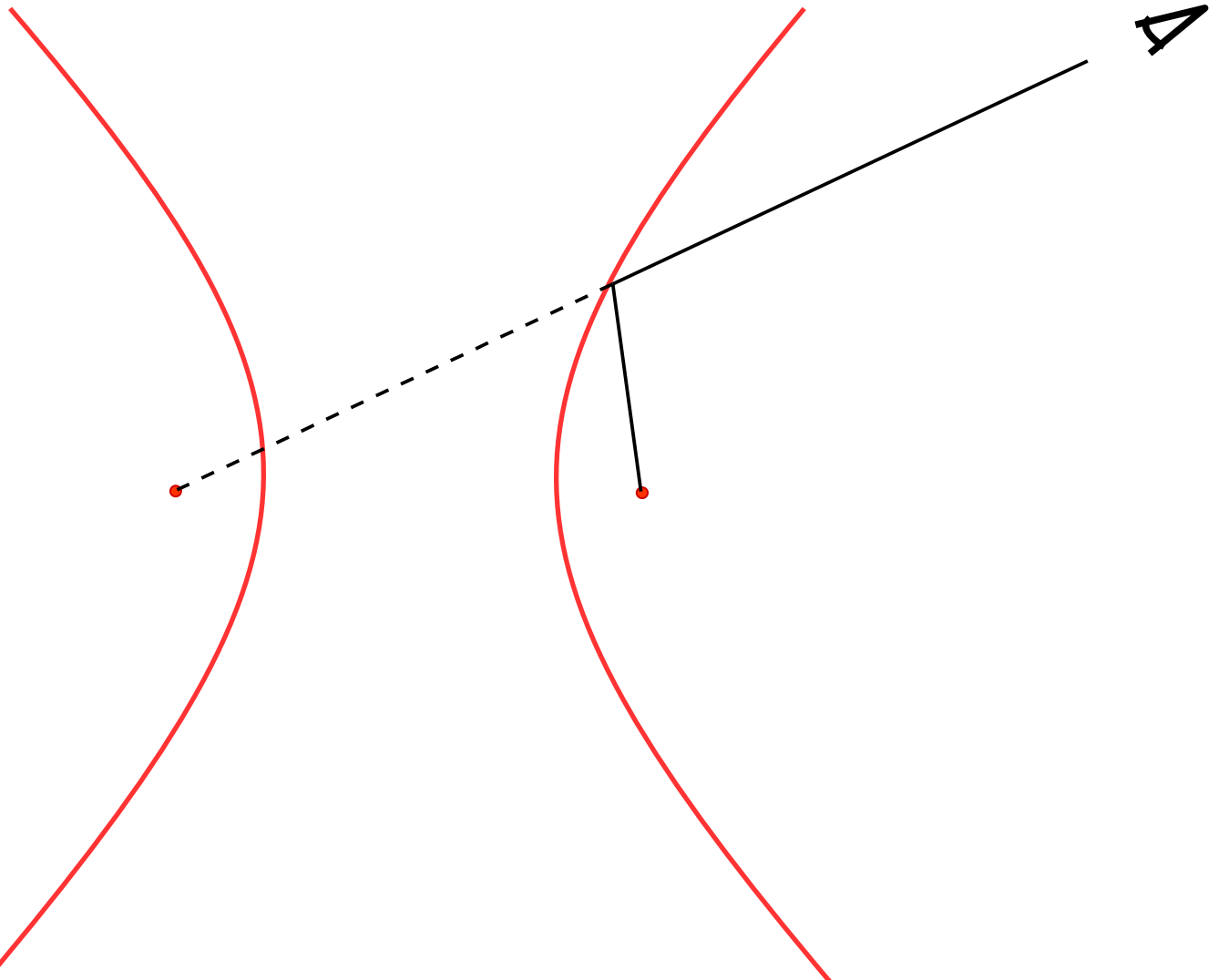
Demostración.

Por lo tanto la recta por P que forma ángulos iguales con las lineas que van a los focos es tangente a la elipse.



Hipérbola

Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una hipérbola y se reflejan en la hipérbola parecen venir del otro foco.

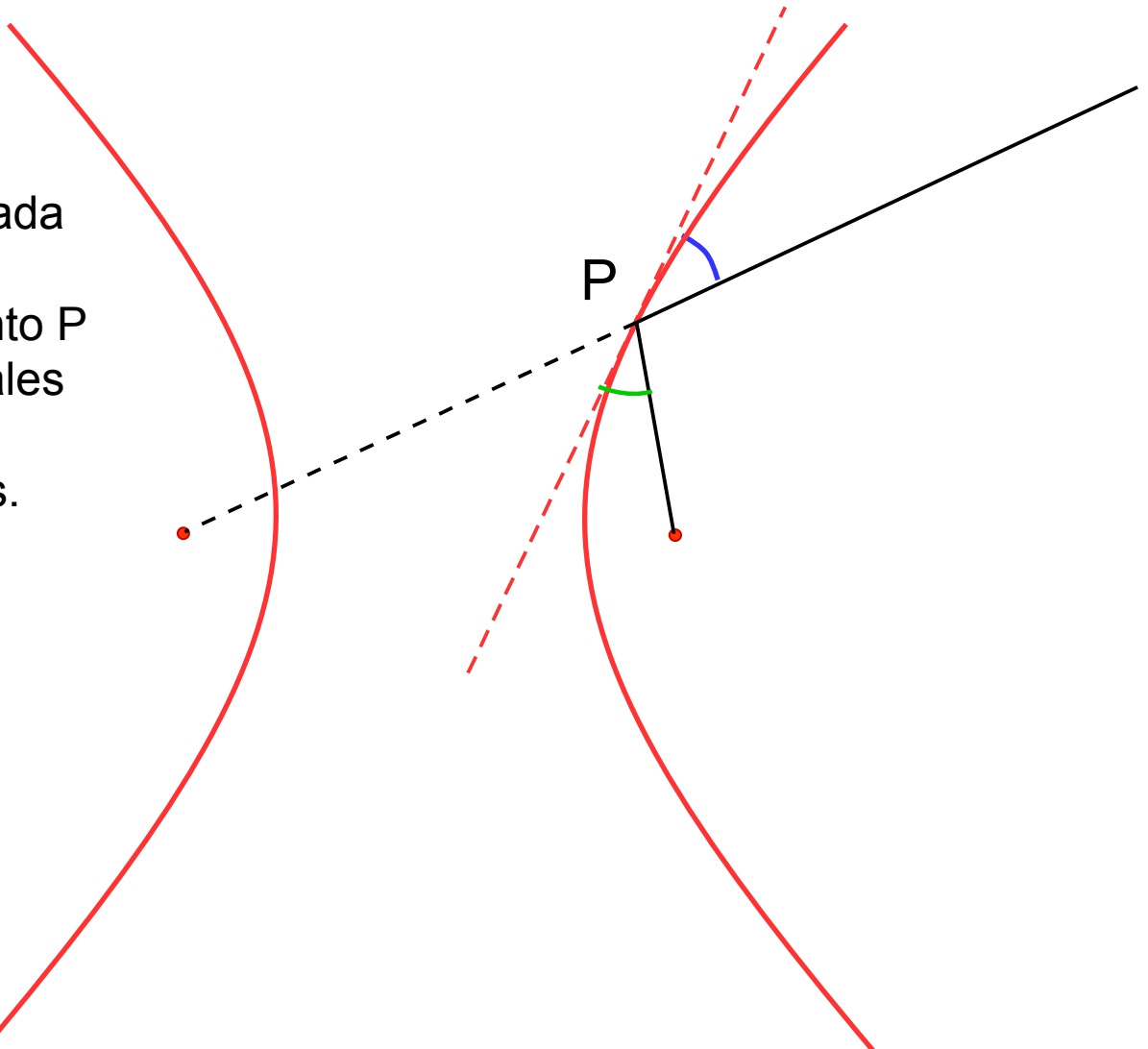


Hipérbola

Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una hipérbola y se reflejan en la hipérbola parecen venir del otro foco.

Demostración.

Hay que ver que cada línea tangente a la hipérbola en el punto P forma ángulos iguales con las líneas que vienen de los focos.



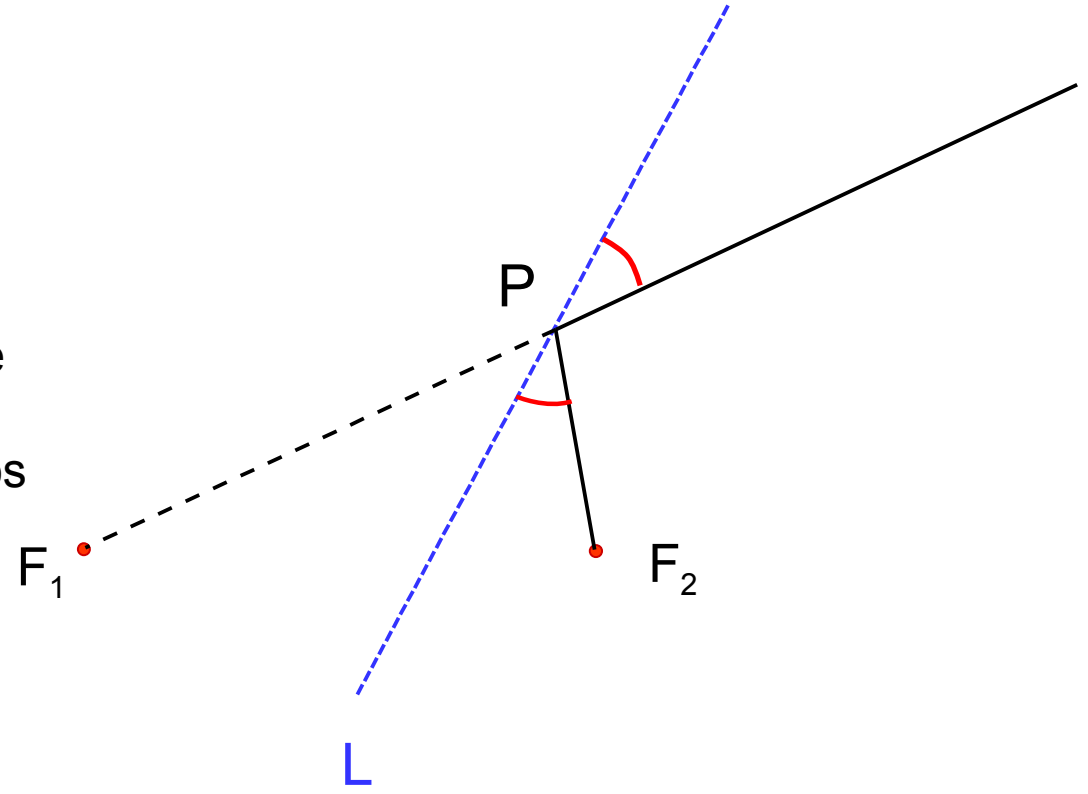
Hipérbola

Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una hipérbola y se reflejan en la hipérbola parecen venir del otro foco.

Demostración.

Sea L la línea por P que forma ángulos iguales con las líneas a los focos

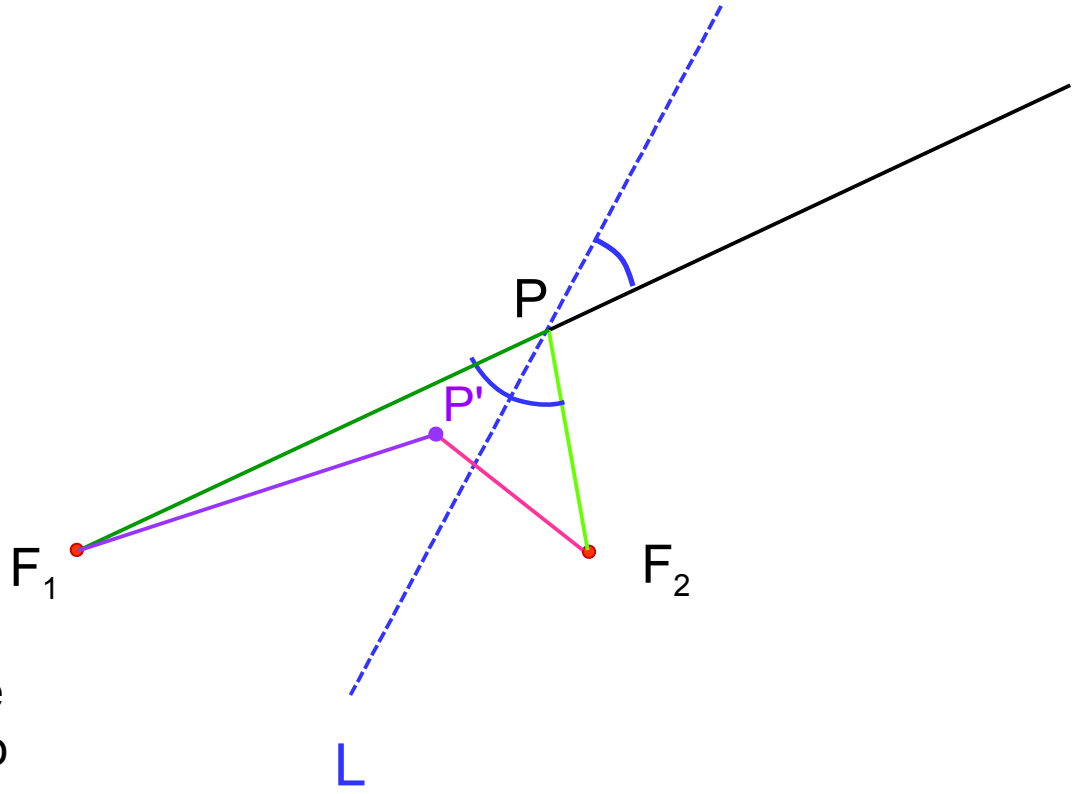
Veremos que L es la tangente a la hipérbola.



Hipérbola

Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una hipérbola y se reflejan en la hipérbola parecen venir del otro foco.

Demostración.



Veremos que ningún punto P' de esa rama de la hipérbola está del otro lado de L.

Para eso, tomemos un punto P' del otro lado de L y veamos que $P'F_1 - P'F_2 < PF_1 - PF_2$

Hipérbola

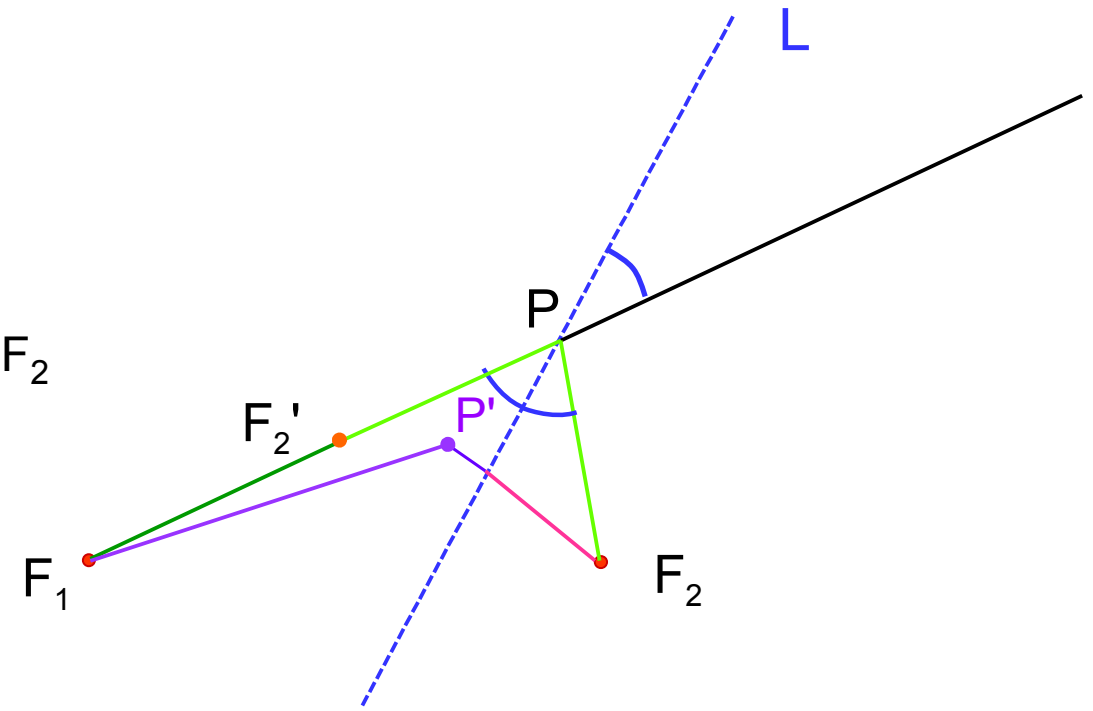
Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una hipérbola y se reflejan en la hipérbola parecen venir del otro foco.

Demostración.

Si F_2' es el reflejado de F_2

en L entonces L es la mediatriz de F_2' y F_2

así que $P'F_2' < P'F_2$



Hipérbola

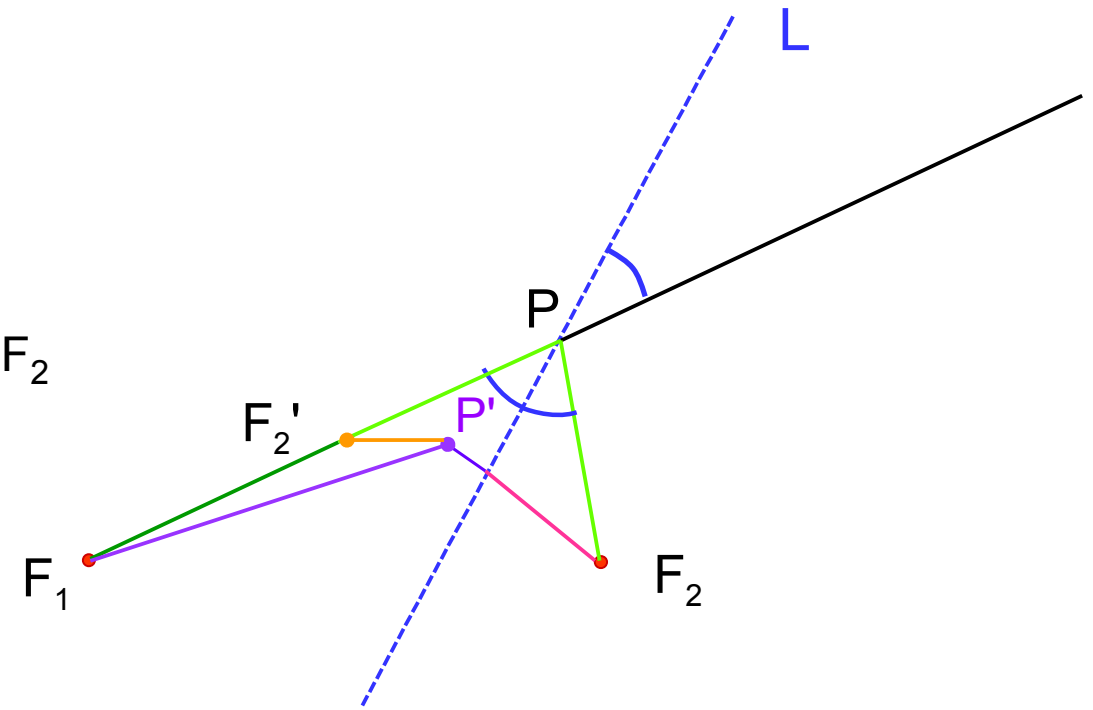
Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una hipérbola y se reflejan en la hipérbola parecen venir del otro foco.

Demostración.

Si F_2' es el reflejado de F_2

en L entonces L es la mediatriz de F_2' y F_2

así que $P'F_2' < P'F_2$



Entonces

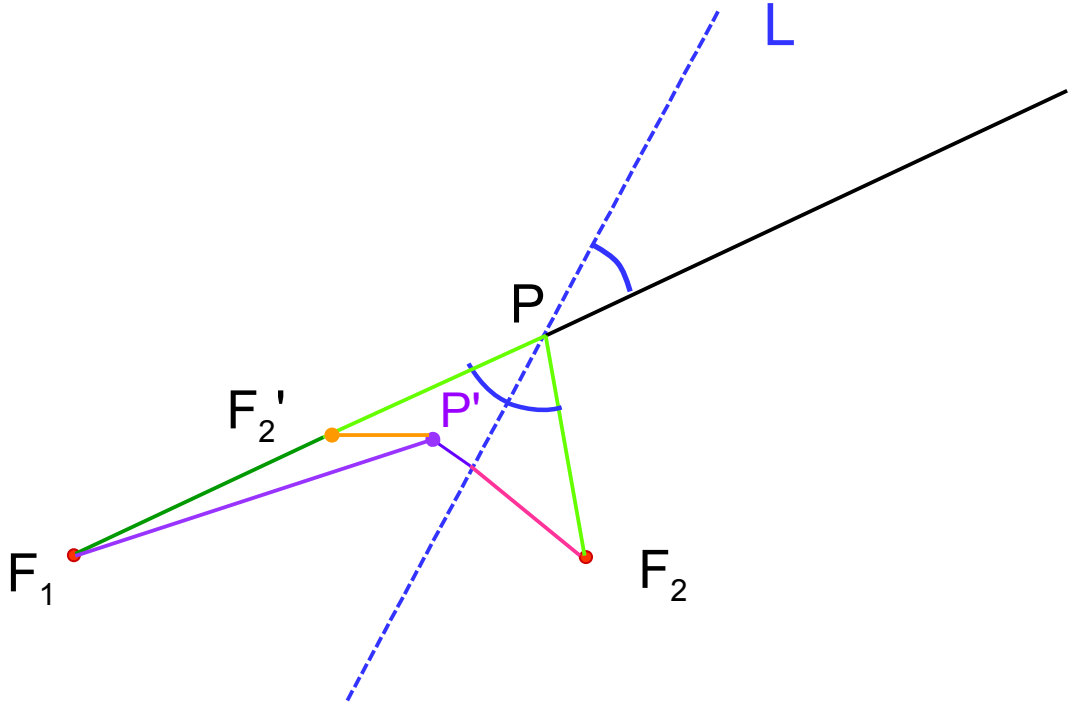
$$P'F_1 - P'F_2 < P'F_1 - P'F_2' < F_1F_2' = PF_1 - PF_2' = PF_1 - PF_2$$

Desigualdad del triangulo

Hipérbola

Propiedad focal: Los rayos que salen de un foco de una hipérbola y se reflejan en la hipérbola parecen venir del otro foco.

Demostración.



Como las diferencias de las distancias de P y P' a los focos no son iguales, P y P'´no pueden estar en la misma rama de la hipérbola, así que esa rama no cruza a L y por lo tanto L es la tangente a la hipérbola en P.