Matemáticas I

TAREA V

1. Minimizar $f(x,y) = 6x^2 + 5y^2$ sujeto a $x + 5y \geq 3$, $x, y \geq 0$.

2. Maximizar $f(x,y,z) = yz + xz$ sujeto a $y^2 + z^2 = 1$ y $xz = 3$.

3. Maximizar $g(x,y,z) = -x^2 - y^2 - z^2 + 4x + 6y$ sujeto a $x + y \leq 2$, $2x + 3y \leq 12$ y $x, y, z \geq 0$.

4. Encuentre los máximos y mínimos de $f(x,y,z) = x + y + z^2$ sujeto a $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ y $y = 0$.

5. En cada uno de los siguientes dos incizos, maximizar.

   a) $-6x^2 - 5y^2$ sujeto a $-x - 5x \leq -3$, $x, y \geq 0$

   b) $-6x^2 - 5y^2$ sujeto a $x + 5x \leq 3$, $x, y \geq 0$

6. Escriba la formulación de Kuhn-Tucker para el problema de *minimización* restringida.

7. Minimizar $x^2 - 2y$ sujeta a $x^2 + y^2 \leq 1$, $x, y \geq 0$.

8. La emisión de contaminantes atmosféricos de dos fábricas está dada (en miles de metros cúbicos) por

   $$E = 2x_1^2 - 80x_1 + 8x_2^2 + 1000$$

   donde x_1 y x_2 representan horas de operación por día.

   a) ¿Qué cantidad de operación diaria (en horas) de cada una de las fábricas sería óptima en términos de minimizar la contaminación?

   b) ¿Cuál sería la respuesta de *a)* si la primera fábrica no puede operar más de 12hrs?

   c) Más tarde se descubre (como suele ser el caso) que la función E fue erróneamente estimada y que debía de haber sido

   $$E = 2x_1^2 - 80x_1 + 8x_2^2 - 4x_1x_2 + 1100$$

   ¿Cuál sería entonces la respuesta al incizo *a)*?

9. Una firma produce y_1 y y_2 a partir de las entradas $x_1, x_2 \geq 0$. La función de producción es

   $$(y_1, y_2) = f(x_1, x_2) = (x_1^{1/2}, x_1^{1/2}x_2^{1/3}).$$

   Sea p_i el precio por unidad de y_i y sea w_i el precio por unidad de x_i Describa el problema de optimización de la firma y deduzca las ecuaciones que determinan lo puntos críticos del Lagrangiano L. Calcule la solución cuando $p_1 = p_2 = 1$ y $w_1 = w_2 = 2$.

10. Una firma produce y usando las entradas $x_1, x_2 \geq 0$ de acuerdo a la relación

$$y = g(x_1, x_2) = x_1^{1/4} x_2^{1/4}.$$

Sea $p_y > 0$ el precio por unidad de y. Existe un inventario de K_1 unidades de x_1 y uno de K_2 unidades de x_2. Más unidades tanto de x_1 como de x_2 pueden adquirirse en el mercado a precios $p_1 > 0$ y $p_2 > 0$. También la firma puede vender unidades de x_1 y x_2 que no haya utilizado.

a) Describa el problema de maximizar las ganancias de la fábrica y deduzca las ecuaciones que definen los puntos críticos del Lagrangiano L.

b) Suponiendo que $p_y = p_1 = p_2 = 1$, $K_1 = 4$ y $K_2 = 0$, encuentre el nivel óptimo de la firma en términos de y.

c) Suponiendo otra vez que $p_y = p_1 = p_2 = 1$ pero ahora $K_1 = 0$ y $K_2 = 4$ (osea que sus valores se intercambian), ¿es el nuevo nivel óptimo de la firma diferente del anterior? ¿Por qué o por qué no?

11. Del libro de Simon y Blume, 18.10-18.14.