

TAREA VI

1. Evalúe las siguientes integrales:

a) $\int_{\gamma} (z^3 + 3) dz$ donde γ es el semicírculo superior unitario centrado en el origen.

b) $\int_{\gamma} (z^3 + 3) dz$ donde γ es el círculo de unitario centrado en el origen.

c) $\int_{\gamma} e^{1/z} dz$ donde γ es el círculo de radio 3 centrado en $5i + 1$.

d) $\int_{\gamma} \cos\left(3 + \frac{1}{z-3}\right) dz$ donde γ es el cuadrado unitario con esquinas en $0, 1, 1+i$ e i .

e) $\int_{\gamma} (z - (1/z)) dz$ donde γ es el segmento de recta que une a 1 con i .

f) $\int_{\gamma} \frac{2z^2 - 15z + 30}{z^3 - 10z^2 + 32z - 32} dz$ donde γ es el círculo $|z| = 3$ (**sugerencia:** use fracciones parciales; una raíz del denominador es $z = 2$).

2. a) Sea γ una curva homotópica al círculo unitario en $\mathbb{C} \setminus \{0\}$. Evalúe $\int_{\gamma} dz/z$.

b) Evalúe $\int_{\gamma} dz/z$ donde γ es la curva $\gamma(t) = 3 \cos t + i4 \sin t$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

3. Evalúe las siguientes integrales:

a) $\int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{(1-z)^3}$.

b) $\int_{|z-1|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{(1-z)^3}$.

c) $\int_{|z+2|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{(1-z)^3}$.

4. Evalúe las siguientes integrales:

a) $\int_{\gamma} \frac{z^2}{z-1} dz$ donde γ es el círculo de radio 2 centrado en el origen.

b) $\int_{\gamma} \frac{e^z}{z^2} dz$ donde γ es el círculo unitario centrado en el origen.

5. Evalúe las siguientes integrales:

a) $\int_{\gamma} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1} dz$ donde γ es el círculo de radio 2 centrado en el origen.

b) $\int_{\gamma} \frac{\operatorname{sen} e^z}{z^2} dz$ donde γ es el círculo unitario centrado en el origen.

6. Evalúe las siguientes integrales:

a) $\int_{\gamma} \frac{dz}{z^3}$ donde γ es el cuadrado unitario con vértices $-1 - i, 1 - i, 1 + i, -1 + i$.

b) $\int_{\gamma} \frac{\operatorname{sen} z}{z^4} dz$ donde γ es el círculo unitario centrado en el origen.

7. Demuestre que si $\gamma(t) = z_0 + re^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi n$, $n \in \mathbb{N}$ un número natural, $n \geq 1$, entonces $I(\gamma; z) = n$ si z es tal que $|z - z_0| < r$.