



ECUACIONES DIFERENCIALES I

TAREA I

1. Determine el orden de las siguientes ecuaciones diferenciales y diga si son lineales o no-lineales

a) $\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = 1$ b) $\frac{dy}{dx} + xy^2 = 0$

c) $\frac{d^2 y}{dx^2} + \sin(x + y) = \sin x$ d) $\frac{d^3 y}{dx^3} + x \frac{dy}{dx} + (\cos^2 x)y = x^3$

2. Verifique que las funciones y_n 's que se dan son soluciones de la ecuación diferencial dada

a) $y'' + 2y' - 3y = 0$ $y_1(x) = e^{-3x}$ $y_2(x) = e^x$

b) $y'' + y = \sec x$ $0 < x < \pi/2$ $y = (\cos x) \ln \cos x + x \sin x$

c) $y'''' + 4y''' + 3y = x$ $y_1(x) = x/3$ $y_2(x) = e^{-x} + x/3$

d) $y' - 2xy = 1$ $y = e^{x^2} \int_0^x e^{-t^2} dt + e^{x^2}$

3. Dibuje mediante isoclinas el campo direccional y algunas de las curvas integrales de las siguientes ecuaciones diferenciales

a) $y' = 3 - 2y$

b) $y' = 2x - 3y$

c) $y' = x^2 + y^2$

d) $y' = 1 - xy$

4. Encuentre la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales, indicando explícitamente los intervalos en donde las soluciones dadas son válidas

a) $y' + 3y = x + e^{-2x}$

b) $y' + \frac{1}{x}y = 3 \cos 2x$ $x > 0$

c) $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$

d) $(1 + x^2)y' + 4xy = (1 + x^2)^{-2}$

5. Encuentre la solución de la ecuación diferencial que satisface la condición inicial dada

a) $y' + \frac{2}{x}y = \frac{\cos x}{x^2}$ $y(\pi) = 0$ $x > 0$

b) $x^3 y' + 4x^2 y = e^{-x}$ $y(-1) = 0$

c) $xy' + 2y = \sin x$ $y(\pi/2) = 1$

d) $xy' + (x + 1)y = x$ $y(\ln 2) = 1$

6. Encuentre la solución al problema de valor inicial y determine el intervalo en el que la solución es válida

a) $y' + (\cot x)y = 4 \sin x$ $y(-\pi/2) = 0$

b) $x(2 + x)y' + 2(1 + x)y = 1 + 3x^2$ $y(-1) = 1$

c) $(1 - x^2)y' - xy = x(1 - x^2)$ $y(0) = 2$

d) $xy' + y = e^x$ $y(1) = 1$