Universidad Nacional
Autónoma de México

Instituto de
Matemáticas UNAM

Prof. Ricardo Gómez Aíza

Ecuaciones Diferenciales I

TAREA III

1. Determine si cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales es exacta, y en caso afirmativo, resuelvala.

   a) $(9x^2 + y - 1) - (4y - x)y' = 0$

   b) $(2xy^2 + 2y) + (2x^2y + 2x)y' = 0$

   c) $(e^x \operatorname{sen} y - 2y \operatorname{sen} x)dx + (e^x \cos y + 2\cos x)dy = 0$

   d) $(ye^{xy} \cos 2x - 2e^{xy} \operatorname{sen} 2x + 2x)dx + (xe^{xy} \cos 2x - 3)dy = 0$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales usando factores de integración

   a) $(3x^2y + 2xy + y^3)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$

   b) $e^x dx + (e^x \cot y + 2y \csc y)dy = 0$

   c) $ydx + (2xy - e^{-2y})dy = 0$

   d) $\left(3x + \frac{6}{y}\right)dx + \left(\frac{x^2}{y} + 3\frac{y}{x}\right)dy = 0$

3. Demuestre que las siguientes ecuaciones diferenciales son homogeneas y resuelvalas

   a) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x + y}{x}$

   b) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{4y - 3x}{2x - y}$

   c) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x + 3y}{x - y}$

   d) $2ydx - xdy = 0$

4. Muestre que las funciones y_1 y y_2 que se dan son soluciones de la ecuacioón diferencial correspondiente, y que además forman un conjunto fundamental de soluciones mediante el cálculo del Wronskiano. De ser el caso, determine la solución que satisface la condición inicial dada.

   a) $y'' + \lambda^2 y = 0 \qquad y_1(x) = \operatorname{sen}\ \lambda x \qquad y_2(x) = \cos \lambda x \qquad \lambda \in \mathbb{R}$

   b) $y'' - y' - 2y = 0 \qquad y_1(x) = e^{-x} \qquad y_2(x) = e^{2x}$

   c) $x^2y'' - x(x + 2)y' + (x + 2)y = 0 \qquad y_1(x) = x \qquad y_2(x) = xe^x$

   d) $y'' - y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0 \qquad y_1(x) = \operatorname{senh}\ x \quad y_2(x) = \cosh x$

e) $y'' + 5y' + 6y = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 1 \qquad y_1(x) = e^{-2x} \quad y_2(x) = e^{-3x}$

f) $y'' - 2y' + y = 0 \quad y(0) = 3 \quad y'(0) = 3 \qquad y_1(x) = e^{x} \quad y_2(x) = xe^{x}$

5. Encuentre la solución general de la ecuación diferencial dada, verificando que la función y_1 que se da es solución y luego usando el método de reducción de orden.

   a) $y'' - 4y' - 12y = 0 \qquad y_1(x) = e^{6x}$

   b) $y'' + 2y' + y = 0 \qquad y_1(x) = e^{-x}$

   c) $x^2y'' + 2xy' = 0 \qquad y_1(x) = 1$

6. Encuentre la solución general de la ecuación diferencial dada. Si hay condición inicial, determine la solución que la satisface.

   a) $6y'' - y' - y = 0$

   b) $y'' + 6y' + 13y = 0$

   c) $y'' + y' - 2y = 0$

   d) $9y'' - 6y' + y = 0$

   e) $y'' - 9y' + 9y = 0$

   f) $y'' - y = 0$

   g) $y'' - 6y' + 9y = 0 \qquad y(0) = 0 \quad y'(0) = 2$

   h) $y'' + 4y' + 5y = 0 \qquad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$

   i) $y'' + y' - 2y = 0 \qquad y(0) = 1 \quad y'(0) = 1$

   j) $y'' + 4y = 0 \qquad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$