Tarea IV

Geometría Analítica I

20 de septiembre de 2004

1. Sea $\mathbf{n} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ tal que $a \neq 0$. Demuestra que
$$\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n | \mathbf{n} \cdot \mathbf{x} = 0\} = \{s(-b, a, 0) + t(-c, 0, a) | s, t \in \mathbb{R}\}.$$

2. Demuestre que dos vectores $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$ son perpendiculares si y sólo si
$$|\mathbf{u}|^2 + |\mathbf{v}|^2 = |\mathbf{u} - \mathbf{v}|^2.$$

3. Encuentra la distancia del punto al plano que se dan en cada uno de los siguientes:
   a) $\mathbf{p} = (2, 5, 1)$ y $3x - 2y + 5z = 2$.
   b) $\mathbf{p} = (0, 7, -2)$ y $-x + y + 2z = 7$.
   c) $\mathbf{p} = (1, 0, 9)$ y $9x - y - z = 0$.

4. Calcula el area del triángulo cuyos vértices son los puntos $\mathbf{a} = (0, 0, 1)$, $\mathbf{b} = (1, 0, 0)$ y $\mathbf{c} = (0, 1, 0)$.

5. Encuentra la ecuación de la esfera con centro en $\mathbf{c} = (2, -5, 7)$ y radio $r = 10$. Encuentra también la intersección de ésta esfera con el plano $y = -2$.

6. Encuentra la ecuación de la esfera que pasa por los puntos $\mathbf{a} = (5, 1, 1)$, $\mathbf{b} = (1, 1, 5)$, $\mathbf{c} = (1, 5, 1)$ y $= (0, 0, 1+\sqrt{14})$. Escribe explícitamente el centro y el radio de la esfera. Encuentra también la intersección de ésta esfera con el plano $y = 2$.

7. Encuentra los puntos de intersección de la esfera con centro en $\mathbf{c} = (0, -2, 1)$ y radio $r = 10$ con la recta con ecuación paramétrica $\{(2t - 1, 3t - 1, -t) | t \in \mathbb{R}\}$.

8. Encuentra los dos planos tangentes a la esfera con centro en $\mathbf{c} = (2, 5, 3)$ y radio $r = 5$ y que es paralelo al plano $x + y + z = 0$.