

Tarea I

Geometría Analítica II

March 30, 2005

1. Encuentre la ecuación del cono con vértice $\mathbf{v} = (0, 0, 10)$, eje en la dirección del vector unitario $\mathbf{a} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$, y ángulo de apertura $\alpha = \pi/4$. Describa las cónicas que se obtienen de intersectar este cono con los siguientes planos.

- (a) El plano XY .
- (b) El plano XZ .
- (c) El plano YZ .
- (d) El plano $x = -2$.
- (e) El plano $y = 1$.
- (f) El plano $z = 10$.

En cada uno de los casos anteriores, si obtiene una elipse, encuentre las ecuaciones de las esferas de Dandelin.

2. Dibuje en un sistema coordenado esférico los siguientes puntos que se dan en coordenadas esféricas.

- (a) $\mathbf{P} = (1, \pi/4, \pi/6)$.
- (b) $\mathbf{Q} = (1, 1, 1)$.
- (c) $\mathbf{R} = (2, 4\pi/3, 2\pi/3)$.

Obtenga las coordenadas cartesianas de cada uno de los puntos anteriores.

3. Transformar las siguientes ecuaciones en coordenadas cartesianas a coordenadas esféricas.

- (a) $x^2 + y^2 = 4$.
- (b) $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$.
- (c) $x + 4y = 0$.

4. Transformar las siguientes ecuaciones en coordenadas esféricas a coordenadas cartesianas.

- (a) $r = 4$.
- (b) $r \sin \phi \sin \theta = 7$.
- (c) $r = 3 \cos \phi$.

5. Dibuje las siguientes regiones que en un sistema coordenado esférico.

(a) $\mathcal{A} = \{(r, \theta, \phi) \mid 1 \leq r \leq 2\}$.

(b) $\mathcal{B} = \{(r, \theta, \phi) \mid \pi/6 \leq \theta \leq \pi/3\}$.

(c) $\mathcal{C} = \{(r, \theta, \phi) \mid \pi/4 \leq \phi \leq 3\pi/4\}$.

(d) $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$.

(e) $\mathcal{A} \cap \mathcal{C}$.

(f) $\mathcal{B} \cap \mathcal{C}$.

6. Transformar las siguientes ecuaciones en coordenadas cartesianas a coordenadas cilíndricas.

(a) $2x = y$.

(b) $x^2 + y^2 - 2z = 0$.

(c) $y^2 = 4z$.

7. Transformar las siguientes ecuaciones en coordenadas cilíndricas a coordenadas cartesianas.

(a) $r = 2$.

(b) $r = 4 \cos \theta$.

(c) $r^2 \sin^2 \theta = 4(1 - z^2)$.