Tarea II

Geometría Analítica II

April 19, 2005

1. Estudiar (analizar los diferentes cortes y simetrias) y trazar las superficies con las siguientes ecuaciones.
   (a) $x^2 + y^2 = 25$
   (b) $x^2 + y^2 - z = 0$
   (c) $y^2 - 4x = 0$
   (d) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z + 1 = 0$
   (e) $9x^2 + 36y^2 + 16z^2 = 144$
   (f) $y^2 - 4z + 4 = 0$
   (g) $x^2 - 4x + 2y + 12 = 0$
   (h) $y^2 - x^3 = 0$
   (i) $z^2 + 4x - 4z = 0$
   (j) $x^2 - y^2 - 2z = 0$
2. La ecuación de una esfera es $x^2 + y^2 + z^2 + 6y - 4z + 9 = 0$. Hallar la ecuación de la esfera concéntrica que es tangente al plano $2x - 3y + 2z + 4$.
3. Obtener la ecuación de la esfera que pasa por cuatro puntos no coplanares en forma de determinante.
4. Hallar la ecuación de la esfera que pasa por la circunferencia de intersección de las esferas $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y + 6z + 12 = 0$ y $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 6z - 12 = 0$ y que es tangente al plano $x + 2y - 3z = 3$. (Dos soluciones)
5. Si las esferas $\mathcal{S}_1 = 0$ y $\mathcal{S}_2 = 0$ no son concéntricas, demuestra que la ecuación $\mathcal{S}_1 - \mathcal{S}_2 = 0$ representa un plano. Este plano se le denomina *plano radical* de las dos esferas.
6. Si las esferas $\mathcal{S}_1 = 0$ y $\mathcal{S}_2 = 0$ son tangentes entre si, demuestra que para todos los valores de $k \neq -1$, la ecuación $\mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2 = 0$ representa a todas las esferas que son tangentes a las dos dadas en su punto en común, con excepción de $\mathcal{S}_2 = 0$.
7. Demostrar que el plano radical de dos esferas tangentes es su plano tangente común.