

Tarea II

Teoría de gráficas

1. (Bondy 2.1.5) Sea G una gráfica con $|G| - 1$ aristas. Demuestre que las siguientes afirmaciones son equivalentes:
 - a) G es conexa.
 - b) G es acíclica.
 - c) G es un árbol.
2. (Bondy 2.2.2) Sea $G = (V, E)$ una (multi)-gráfica conexa y $e \in E$. Demuestre que
 - a) e pertenece a todo árbol generador de G si y sólo si e es una arista de corte, es decir, $G - e$ es desconexa.
 - b) e no está en ningún árbol generador de G si y sólo si e es un loop de G .
3. (Diestel 1.16) Demuestre que un árbol T posee al menos $\Delta(T)$ hojas.
4. (Diestel 1.19) Sea $G = (V, E)$ una gráfica conexa y $r \in V$ un vértice. Considere el siguiente algoritmo de *primera búsqueda profunda*. Comenzando en r , en cada paso moverse a través de una arista a un vértice que no ha sido visitado. De no ser posible, regresar un paso por la misma arista que se utilizó para llegar allí y seguir buscando. Terminar cuando regresamos a r . Demuestre que las aristas visitadas forman un árbol normal generador de G con raíz r .
5. (Diestel 1.21) Demuestre que todo automorfismo de un árbol deja fijo un vértice o una arista.