Tarea III

Teoría de gráficas

1. (Diestel 2.5) Demuestre que cualquier par de particiones de un conjunto finito en $n \geq 1$ subconjuntos admite un conjunto común de representantes. En otras palabras, si A es un conjunto finito y $\{X_1, \ldots, X_n\}$ y $\{Y_1, \ldots, Y_n\}$ son dos particiones de A, entonces existen $x_i \in X_i$ y una permutación $\sigma \in S_n$ tal que $x_{\sigma(i)} \in Y_i$.

2. (Diestel 2.8) Encuentre una gráfica bipartita y un conjunto de preferencias tal que no apareamiento de tamaño máximo es estable y no apareamiento estable es de tamaño perfecto.

3. (Diestel 2.10) Demuestre que todos los apareamiento estables en una gráfica bipartita cubren los mismos vértices.

4. (Bollobás 1.58) Demuestre que si $G = (V, E)$ es bipartita r-regular y $F \subset E$ es un subconjunto de $r - 1$ aristas, entonces $G - F$ posee un apareamiento óptimo.

5. (Bondy 5.3.3) Demuestre que un árbol T posee un apareamiento perfecto si y sólo si $q(G - v) = 1$ para cualquier $v \in V$, donde $q(H)$ denota el número de componentes impares de H.