

Tarea VI

Teoría de gráficas

1. Demuestre que si G es una gráfica k -crítica, entonces $\delta(G) \geq k - 1$.
2. (Bondy 8.1.2) Demuestre que si cualesquiera dos ciclos impares de G tienen un vértice en común, entonces $\chi(G) \leq 5$.
3. (Bondy 8.1.5) Demuestre que $\chi(G) \leq 1 + \max \delta(H)$, donde el máximo se toma sobre todas las subgráficas inducidas H de G .
4. (Bondy 8.2.1) Enuncie el teorema de Brooks y demuestre que es equivalente al siguiente enunciado: Si G es k -crítica ($k \geq 4$) y no es completa, entonces $2||G|| \geq |G|(k - 1) + 1$.
5. (Bondy 8.4.2)
 - a) Demuestre que si G es simple, entonces el coeficiente de $k^{|G|}$ en $\pi_k(G)$ es $-||G||$.
 - b) Deduzca que no existe una gráfica con polinomio cromático $k^4 - 3k^3 + 3k^2$.
6. (Bollobás V.6.1) Demuestre que si G es una gráfica, entonces

$$||G|| \geq \binom{\chi(G)}{2}$$