

Probabilidad I

EXAMEN I

1. ¿Cuál es el coeficiente de x^8 en la expresión $(3x^2 + 4)^6$?

Solución. $\binom{6}{4}(3x^2)^4(4)^2 = 15 \times 81 \times 16x^8 = 19,440x^8$. El coeficiente es entonces $\boxed{19,440}$

2. En el juego de *Poker*, ¿cuál es la probabilidad de que una mano conste de una tercia de reyes (sin que sea *full* ni *poker*)?

Solución. Hay $\binom{4}{3} = 4$ tercias de reyes distintas. Podemos escoger las otras dos cartas de $\binom{12}{2}4^2 = 1,056$ formas distintas. Por lo tanto hay $\binom{4}{3}\binom{12}{2}4^2 = \boxed{4,224}$ manos con una tercia de reyes. Hay un total de $\binom{52}{5} = \boxed{2,598,960}$ manos distintas. Por lo tanto la probabilidad de una tercia de reyes es

$$\mathbb{P}(\text{Tercia de reyes}) = \frac{4,224}{2,598,960} = 0.00162526549081171$$

3. Una fábrica de automóviles cuenta con cuatro colores para los exteriores y tres para los interiores. ¿Cuántas combinaciones posibles hay?

Solución. $4 \times 3 = \boxed{12}$

4. Hay 130 alumnos en el curso de *Probabilidad I*. Encuentra una expresión para la probabilidad de que existan al menos dos de ellos que hayan nacido el mismo día (el año tiene 365 días).

Solución. Cada estudiante nació en uno de 365 días. El espacio de estados consta entonces de 365^{130} elementos. El que ningún par de estudiantes coincida en sus fechas de nacimiento es un evento que consta de $\binom{365}{130}P_{130}$ elementos. La probabilidad que buscamos es entonces

$$1 - \frac{\binom{365}{130}P_{130}}{365^{130}}$$

Probabilidad I

EXAMEN I

1. ¿Cuál es el coeficiente de x^6 en la expresión $(2x^2 + 3)^7$?

Solución. $\binom{7}{3}(2x^2)^3(3)^4 = 35 \times 8 \times 81x^6 = 22,680x^6$. El coeficiente es entonces $\boxed{22,680}$

2. En el juego de *Poker*, ¿cuál es la probabilidad de que una mano conste de una par de reyes (sin que sea *tercia* ni *full* ni *poker*)?

Solución. Hay $\binom{4}{2} = 6$ pares de reyes distintos. Podemos escoger las otras dos cartas de $\binom{12}{3}4^3 = 14,080$ formas distintas. Por lo tanto hay $\binom{4}{2}\binom{12}{3}4^3 = \boxed{84,480}$ manos con un par de reyes. Hay un total de $\binom{52}{5} = \boxed{2,598,960}$ manos distintas. Por lo tanto la probabilidad de un par de reyes es

$$\mathbb{P}(\text{Par de reyes}) = \frac{84,480}{2,598,960} = 0.0325053098162342$$

3. Una fábrica de automóviles cuenta con cinco colores para los exteriores y tres para los interiores. ¿Cuántas combinaciones posibles hay?

Solución. $5 \times 3 = \boxed{15}$

4. Hay 120 alumnos en el curso de *Probabilidad I*. Encuentra una expresión para la probabilidad de que existan al menos dos de ellos que hayan nacido el mismo día (el año tiene 365 días).

Solución. Cada estudiante nació en uno de 365 días. El espacio de estados consta entonces de 365^{120} elementos. El que ningún par de estudiantes coincida en sus fechas de nacimiento es un evento que consta de $\binom{365}{130}P_{120}$ elementos. La probabilidad que buscamos es entonces

$$1 - \frac{\binom{365}{120}P_{120}}{365^{120}}$$