

1 Tarea 5 de Probabilidad

1.- Suponga que $\{E_n, n \geq 1\}$ y $\{F_n, n \geq 1\}$ son sucesiones de eventos independientes con límites E y F . Muestre que si E_n es independiente de F_n para toda n , entonces E es independiente de F .

2.-La probabilidad de obtener sol en un volado es p . Considera que A comienza y continua lanzando la moneda hasta que obtenga águila, entonces B continua los tiros hasta que obtenga águila también entonces A comienza, y así sucesivamente. Sea $P_{n,m}$ la probabilidad de que A acumule un total de n soles antes de que B acumule m . Muestre que

$$P_{n,m} = pP_{n-1,m} + (1-p)(1 - P_{n,m})$$

3.-Suponga que estas apostando ante un adversario infinitamente rico y en cada apuesta ganas o pierdes 1 peso con probabilidades p y $1 - p$ respectivamente. Muestre que la probabilidad de que eventualmente se quede sin dinero es

$$\begin{cases} 1 & \text{si } p \leq 0.5 \\ 1 - (q/p)^i & \text{si } p > 0.5 \text{ donde } q = 1 - p \end{cases}$$

4.-Tiros independientes resultan en éxito con probabilidad p y fracaso $1 - p$. Sea P_n la probabilidad de que n tiros resulten en un número par de exitos (0 considerado como par). Muestre que

$$P_n = p(1 - P_{n-1}) + (1 - p)P_{n-1} \quad n \geq 1$$

5.-Suponga que E y F son eventos mutuamente exclusivos de un experimento. Muestre que si tiros repeticiones independientes de este experimento se llevan a cabo, entonces E ocurre primero que F con probabilidad

$$\frac{P(E)}{P(E) + P(F)}$$

6.-Una urna A contiene 2 bolas blancas y una negra, mientras que la urna B contiene una bola blanca y 5 negras. Una bola se extrae aleatoriamente de la urna A y se coloca en la urna B . Se extrae una bola de la urna B . Es blanca. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola transferida haya sido blanca?

7.-Una urna contiene 5 bolas blancas y 10 negras. Se lanza un dado justo ($p = 0.5$) y ese número de bolas es elegido de la urna. ¿Cuál es la probabilidad de que todas las bolas elegidas sean blancas? ¿Cuál es la probabilidad condicional de que el resultado del dado haya sido 3 si todas las bolas elegidas son blancas?