

Tarea VI

Probabilidad I

6 de octubre de 2005

1. Sea X una variable aleatoria Poisson(λ). Muestra que $\mathbb{P}(X = n)$ aumenta de forma monótona conforme n aumenta y que luego decrece también de forma monótona, alcanzando su máximo cuando $n = \max\{i \leq \lambda\}$. (*Hint*: Considera $\mathbb{P}(X = n)/\mathbb{P}(X = n - 1)$.)
2. Sea X una variable aleatoria Poisson(λ). Encuentra el valor de λ que maximiza $\mathbb{P}(X = x)$ con $x \geq 0$.
3. Sea X es una variable aleatoria binomial(n, p). Encuentra el valor de p que maximiza $\mathbb{P}(X = k)$, con $k = 0, 1, \dots$.
4. Sea X una variable aleatoria geométrica(p). Muestra que $\mathbb{P}(X = n + k | X > n) = \mathbb{P}(X = k)$. Interpreta el resultado.
5. Si la función de distribución de una variable aleatoria X está dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1/2 & 0 \leq x < 1 \\ 3/5 & 1 \leq x < 2 \\ 4/5 & 2 \leq x < 3 \\ 9/10 & 3 \leq x < 7/2 \\ 1 & x \geq 7/2 \end{cases}$$

calcula la función densidad de X .

6. Suponga que en vuelo las turbinas de un avión fallan con probabilidad $1 - p$, independientemente de turbina a turbina. Si un avión requiere la mayoría de sus turbinas operativas para realizar un vuelo exitoso, ¿para qué valores de p es preferible un avión con 5 turbinas que uno con 3 turbinas?

7. Suponga que un conjunto de 100 artículos contiene 6 defectuosos y 94 no defectuosos. Si X es el número de artículos defectuosos en una muestra de 10 artículos, encuentra (i) $\mathbb{P}(X = 0)$ y (ii) $\mathbb{P}(X = 2)$.
8. Suponga que la gente entra en un casino a razón de 1 cada 2 minutos.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que no entre gente en un intervalo de tiempo de 5 minutos?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 4 entren al casino en un intervalo de 5 minutos?
9. Suponga que el número promedio de autos abandonados semanalmente en una carretera es de 2.2. Aproxima las probabilidades de los siguientes eventos.
 - a) No hubo carros abandonados en la semana.
 - b) Al menos dos autos fueron abandonados en la semana.
10. Aproximadamente 80,000 matrimonios tomaron lugar en México el último año. Estima la probabilidad de que al menos una de estas parejas:
 - a) Hayan nacido el 30 de Enero.
 - b) Ambos celebraron su cumpleaños el mismo día del año.