Tarea III

Probabilidad II

21 de marzo de 2006

1. La densidad conjunta de X y Y está dada por

$$f(x,y) = c(y^2 - x^2)e^{-y} \qquad -y \leq x \leq y, \quad 0 < y < \infty.$$

   a) Determine el valor de c.

   b) Encuentre las densidades marginales de X y Y.

2. El número de gentes que entran en una farmacia a una cierta hora es una variable aleatoria Poisson con parámetro $\lambda = 10$. Calcule la probabilidad condicional de que a lo más 3 hombres entren en la farmacia si 10 mujeres entraron en esa hora. Haga explicitas sus suposiciones.

3. Sean X_1, X_2 y X_3 tres variables aleatorias distribuidas uniformemente en el intervalo (a,b). Calcule la probabilidad de que la mayor de ellas sea mayor que la suma de las otras dos.

4. La función de probabilidad punto masa de X y Y está dada por

$$p(1,1) = \frac{1}{8} \qquad p(1,2) = \frac{1}{4} \qquad p(2,1) = \frac{1}{8} \qquad p(2,2) = \frac{1}{2}$$

   a) Calcule la función de probabilidad condicional punto masa de X dado $Y = i$ con $i = 1, 2$.

   b) Determine si X y Y son independientes.

   c) Calcule $\mathbb{P}(XY \leq 3)$, $\mathbb{P}(X + Y > 2)$ y $\mathbb{P}(X/Y > 1)$.

5. La densidad conjunta de X y Y está dada por

$$f(x,y) = xe^{-x(y+1)} \qquad x > 0, \quad y > 0.$$

   a) Encuentre la densidad condicional de X dado $Y = y$, y la densidad condicional de Y dado $X = x$.

   b) Encuentre la densidad de $Z = XY$.

6. Sean X_1, X_2, X_3, X_4 y X_5 variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas con distribución exponencial con parámetro λ.

   a) Calcule $\mathbb{P}\{\text{mín}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \leq a\}$.

   b) Calcule $\mathbb{P}\{\text{máx}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \leq a\}$.