Algebra Lineal II, 2007-II
Michael Barot
Fecha de entrega: 01/03/2007

Serie 1

① Demuestra que "ser conjugado" es una relación de equivalencia entre las matrices cuadradas $k^{n\times n}$.

② De una matriz $M \in \mathbb{R}^{9\times 9}$ se sabe que

$$\operatorname{rango} M = 7, \quad \operatorname{rango} M^2 = 6, \quad \operatorname{rango}(M - 5\cdot \mathbb{1}) = 7, \quad \operatorname{rango}(M - 5\cdot \mathbb{1})^2 = 6$$
$$\operatorname{rango}(M - 5\cdot \mathbb{1})^3 = 5, \quad \operatorname{rango}(M + 5\cdot \mathbb{1}) = 8, \quad \operatorname{rango}(M + 5\cdot \mathbb{1})^2 = 7)$$

Determina una matriz de Jordan que es conjugada a M.

③ Sea

$$M = J(4,1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) Calcula M^n para $N = 2, \ldots, 6$.

(b) Formula una conjetura sobre las entradas de M^n.

(c) Demuestra tu conjetura usando inducción.

④ Calcula la forma de Jordan de la matrix $N = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$.

⑤ Determina los espacios espectrales del endomorphismo $\varphi : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$, determinado por $\varphi(e_1) = 2e_3$, $\varphi(e_2) = 0$, $\varphi(e_3) = 2e_1$.