Algebra Lineal II, 2007-II
Michael Barot
Fecha de entrega: 14/03/2007

Serie 2

Sea $A \in \mathbb{R}^{5\times 5}$, $B \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ y $C \in (\mathbb{Z}_5)^{2\times 2}$ como sigue:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

① ¿Cuantas clases de conjugación de matrices $M \in \mathbb{R}^{4\times 4}$ con los valores propios 1 y 2 hay? Indica un representante de cada clase.

② Demuestra que una matriz cuadrada $M \in \mathbb{C}^{n\times n}$ y su transpuesta son conjugadas, usando los siguientes pasos:

- **(a)** Calcula $P(\sigma)J(\lambda,m)P(\sigma)^{-1}$ para $\sigma \in \mathrm{S}_m$ con $\sigma(i) = m - i$ para $m = 2, 3$.
- **(b)** Demuestra en general que $P(\sigma)J(\lambda,m)P(\sigma)^{-1} = J(\lambda,m)^\top$ para σ como arriba.
- **(c)** Demuestra que una forma normal de Jordan y su transpuesta son matrices conjugadas.
- **(d)** Demuestra el resultado en general.

③ Escribe la forma normal de Jordan de A (de arriba).

④ Escribe la forma normal de Jordan de B (de arriba).

⑤ Calcula los valores propios y los vectores propios de $C \in (\mathbb{Z}_5)^{2\times 2}$ (de arriba).