6. Trabajar con términos

Muchas veces es necesario saber transformar un término, es decir cambiarlo en su forma.

Ejemplo 1. Si se trata de resolver la ecuación

$$6 \cdot (8x - 9) = 9 \cdot (5x + 2)$$

entonces no podemos simplificar simplemente el lado izquierdo hasta que quede solamente el x porque entonces se complica el lado derecho:

$$\begin{aligned} 6 \cdot (8x - 9) &= 9 \cdot (5x + 2) && \mid \div 6 \\ 8x - 9 &= \frac{9 \cdot (5x + 2)}{6} && \mid +9 \\ 8x &= \frac{9 \cdot (5x + 2)}{6} + 9 && \mid \div 8 \\ x &= \frac{\frac{9 \cdot (5x+2)}{6} + 9}{8} && \mid \div 8 \end{aligned}$$

Algo similar pasa si queremos simplificar el lado derecho. El problema es que *la incógnita x aparece en ambos lados de la ecuación.*

La manera de resolver la ecuación es *efectuar la multiplicación*:

$$\begin{aligned} 6 \cdot (8x - 9) &= 9 \cdot (5x + 2) && \mid \text{Multiplicar} \\ 54x - 72 &= 45x + 18 \end{aligned}$$

Con ello cambia la forma de los términos: antes son un *producto* y después una *suma*. Después de este cambio, la incógnita está más a la mano y no tan "dentro del término".

Para poder transformar los términos es importante respetar las *reglas del juego*. Las herramientas fundamentales son:

A) Sumar y restar

Ejemplo 2. Los siguientes ejemplos muestran transformaciones de suma y resta. La flecha indica como se transforma: 'ntes" $\longrightarrow$ "después"

- $6a - 2b + 3a + 5b \longrightarrow 9a + 3b$ (no se pueden sumar los a's con los b's)
- $6u + 5 - (2 - u) \longrightarrow 6u + 5 - 2 + u \longrightarrow 7u + 3$ (cuando se resta una suma hay que restar cada sumando tomando en cuenta el signo)
- $2x + x^2 - x + 1 \longrightarrow x^2 + x + 1$ (no se pueden sumar x y x^2)

B) Multiplicar o dividir

Ejemplo 3. Los siguientes ejemplos muestran transformaciones de producto y división.

- $5 \cdot (3z - 1) \longrightarrow 15z - 5$
- $\frac{8f-12}{2} \longrightarrow 4f - 6$ que es los mismo que $\frac{1}{2} \cdot (8f - 12) \longrightarrow 4f - 6$
- $(-1) \cdot (z - 1) \longrightarrow -z + 1 \longrightarrow 1 - z$ (la multiplicación por -1 es un cambio de signo).

C) Simplificar fracciones

Multiplicar (o dividir) el numerador y el denominador de una fracción no cambia el valor de la fracción. Esto es aún válido si el numerador y/o el demonidar contienen la incógnita.

Ejemplo 4. Los siguientes ejemplos muestran como se pueden simplificar fracciones.

- $\frac{2}{12} \longrightarrow \frac{1}{6}$
- $\frac{4}{2} \longrightarrow \frac{2}{1} \longrightarrow 2$ (dividir entre 1 no tienen ningún efecto).
- $\frac{6x}{2x} \longrightarrow \frac{6}{2} \longrightarrow \frac{3}{1} \longrightarrow 3$
- $\frac{x^2y}{xy} \longrightarrow \frac{x}{1} \longrightarrow x$

Combinar las tres herramientas

Ejemplo 5. Se debe simplificar el término

$$[(2x + 1) \cdot 2 + 1] \cdot 2 + 1$$

En lo que sigue se explican diferentes caminos posibles:

$$\begin{array}{c|l}
[(2x + 1) \cdot 2 + 1] \cdot 2 + 1 & \text{Multiplicar (el producto izquierdo)} \\
[4x + 2 + 1] \cdot 2 + 1 & \text{Sumar} \\
[4x + 3] \cdot 2 + 1 & \text{Multiplicar} \\
8x + 6 + 1 & \text{Sumar} \\
8x + 7 &
\end{array}$$

También podemos empezar con el producto derecho:

$$
\begin{array}{cl}
[(2x+1)\cdot 2+1]\cdot 2+1 & \mid \text{ Multiplicar (el producto derecho)} \\
(2x+1)\cdot 4+2+1 & \mid \text{ Sumar} \\
(2x+1)\cdot 4+3 & \mid \text{ Multiplicar} \\
8x+4+3 & \mid \text{ Sumar} \\
8x+7 &
\end{array}
$$

Ejemplo 6. Se debe resolver la ecuación

$$\frac{4\cdot(3z-6)-6\cdot(z-8)}{3}=\frac{21z-14}{7}$$

La variable aparece en ambos lados. Por ello no podemos simplificar solamente uno de los dos lados. Pero podemos transformar cada uno de los lados. Primero el más fácil (el derecho):

$$
\begin{array}{cl}
\dfrac{21z-14}{7} & \mid \text{ Dividir} \\
3z-2 &
\end{array}
$$

Entonces la ecuación ya se simplificó un poco:

$$\frac{4\cdot(3z-6)-6\cdot(z-8)}{3}=3z-2$$

El lado izquierdo requiere de más pasos. Como siempre hay varias maneras de hacerlo. Aquí sólo se indica una posibilidad:

$$
\begin{array}{cl}
\dfrac{4\cdot(3z-6)-6\cdot(z-8)}{3} & \mid \text{ Multiplicar en el numerador} \\
\dfrac{12z-24-6z+48}{3} & \mid \text{ Sumar y restar en el numerador} \\
\dfrac{6z+24}{3} & \mid \text{ Dividir} \\
2z+8 &
\end{array}
$$

Ahora la ecuación se simplificó y tiene la siguiente forma:

$$2z+8=3z-2$$

que ahora se resuelve fácilmente:

$$
\begin{array}{rcll}
2z+8 &=& 3z-2 & \mid -2z \\
8 &=& z-2 & \mid +2 \\
10 &=& z. &
\end{array}
$$

Ejercicios

① Simplifica los siguientes términos.

(a) $3x + y^2 - x - 4y^2$

(b) $2c + 5 - (4 - c)$

(c) $2 - [x - (1 - x)]$

(d) $2.4g - 3.1 - 1.7g + 0.9$

② Simplifica los siguientes términos.

(a) $3 \cdot (x - y + 1)$

(b) $(x + y) \cdot (x - y)$

(c) $\dfrac{45 - 9t + 33h}{3}$

(d) $\dfrac{x^3 - 4x^2 + x}{x}$

③ Simplifica los siguientes términos.

(a) $\dfrac{3 \cdot (4h - 8)}{6}$

(b) $\dfrac{x^3y^2z}{xy^2z^3}$

(c) $\dfrac{36q}{36p}$

(d) $\dfrac{x^{100}}{x^{10}}$

④ Simplifica los siguientes términos.

(a) $\dfrac{14x - 8}{2} - \dfrac{3x - 6}{3}$

(b) $\dfrac{(x - 1) \cdot (x + 1)}{x + 1}$

(c) $\left(2 + \dfrac{3y + 8 - y}{4}\right) \cdot 2 + 5$

(d) $\dfrac{\frac{15p - 5q}{5} - 2 \cdot \frac{2q - 6p}{4}}{3}$

⑤ Resuelve las siguientes ecuaciones.

(a) $(17t - 5) \cdot 3 = t + 35$

(b) $\dfrac{16x - 12}{4} = \dfrac{21x - 45}{3}$

(c) $\{[(z + 1) \cdot 2 + 1] \cdot 2 + 1\} \cdot 2 = z$

(d) $A = \dfrac{2 \cdot (3A + 1) + 1}{3}$