Semestre 2006/1

Algebra Lineal I
Titular: Christof Geiss
Ayudante: Francisco Barrios

Tarea 6

Ejercicio 1
Consideramos las siguientes matrices en $\mathrm{Mat}(2 \times 2, \mathbb{R})$:

$$G_\phi := \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \text{ y } R_\phi := \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ \sin\phi & -\cos\phi \end{pmatrix}$$

Demuestra las siguientes identidades:

(a) $G_\varphi \cdot G_\psi = G_{\varphi+\psi}$

(b) $G_\varphi \cdot R_\psi = R_{\varphi+\psi} = R_\phi \cdot G_{-\psi}$

(c) $R_\varphi \cdot R_\psi = G_{\varphi-\psi}$

(d) $G_\varphi \cdot R_0 \cdot G_{-\varphi} = R_{2\varphi}$

Ejercicio 2
Demuestra que para matrices $\mathbf{m}, \mathbf{n} \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{F})$ se tiene siempre

$$\mathrm{rk}\,\mathbf{m} + \mathrm{rk}\,\mathbf{n} - n \leq \mathrm{rk}\,\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} \leq \mathrm{mín}(\mathrm{rk}\,\mathbf{m}, \mathrm{rk}\,\mathbf{n}).$$

Ejercicio 3
Sea

$$\mathbf{m}_t := \begin{pmatrix} \sin 2\pi t & \sin \frac{\pi}{6}t \\ \cos 2\pi t & \cos \frac{\pi}{6}t \end{pmatrix} \text{ para } t \in \mathbb{R}.$$

Determina para cada t con $0 \leq t < 12$ el rango de la matriz $\mathbf{m}_t$. En particular, determina el conjunto de los valores de t donde el rango de $\mathbf{m}_t$ es 1.