

Tarea 2**Ejercicio 5**

Sea \mathbb{F} un campo. Demuestra las siguientes afirmaciones, usando solamente las axiomas de un campo:

- (a) (para los matemáticos): Con $\mathbb{F}^* := \mathbb{F} \setminus \{0\}$ tenemos que (\mathbb{F}^*, \cdot) es un grupo abeliano.
- (b) En \mathbb{F} los elementos 0 y 1 son únicos. Dado $0 \neq \lambda \in \mathbb{F}$ también los elementos $-\lambda$ y λ^{-1} son únicos.
- (c) Para $n \in \mathbb{N}$ el conjunto \mathbb{F}^n tiene una estructura natural de espacio vectorial.

Ejercicio 6

Sea V un espacio vectorial sobre un campo \mathbb{F} . Si $U \subset V$ es un subespacio (i.e. U es cerrado bajo la adición y multiplicación) entonces es un espacio vectorial. Pista: Puedes utilizar las “formulas” $0 \cdot x = 0$ y $(-1) \cdot x = -x$ que demostramos en la clase.

Ejercicio 7

Considera el subespacio

$$U := \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 0 \text{ y } 2x_2 - x_4 = 0\}$$

de \mathbb{R}^4 . Encuentra una base de U y completa esta base a una base de \mathbb{R}^4 .

Ejercicio 8

Sea p un primo y $\mathbb{F}_p := \mathbb{Z}/(p\mathbb{Z})$ el campo con p elementos. Demuestra que el espacio vectorial \mathbb{F}_p^3 tiene precisamente $p^2 + p + 1$ subespacios diferentes de dimensión 1.

Fecha de entrega: Jueves 4 de septiembre antes de la clase.