Semestre 2009/2

Algebra Lineal II
Christof Geiss

Tarea 2

Ejercicio 4
Recordamos que por definición dos matrices $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{F})$ son *similares* si existe una matriz invertible $\mathbf{t} \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{F})$ tal que $\mathbf{t}^{-1} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{t} = \mathbf{b}$. Demuestra:

(a) "ser similar" define una relación de equivalencia sobre $\mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{F})$.

(b) Sea $f\colon V \to V$ un endomorfismo del espacio vectorial V de dimensión n sobre $\mathbb{F}$. Entonces todas las matrices que representan a f con respeto a alguna base de V son similares.

Ejercicio 5
Consideramos la matriz

$$\mathbf{m} := \begin{pmatrix} 30 & 19 & -9 \\ -58 & -37 & 19 \\ -38 & -25 & 15 \end{pmatrix}.$$

Encuentra una matriz $\mathbf{t} \in \mathrm{Mat}(3 \times 3, \mathbb{R})$ tal que $\mathbf{t}^{-1} \cdot \mathbf{m} \cdot \mathbf{t}$ sea de forma triangular superior. Pista: El polinomio característico de $\mathbf{m}$ tiene dos ceros que son enteros entre 0 y 10.

Ejercicio 6
Encuentra matrices de la forma

$$\mathbf{l} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ * & 1 & 0 \\ * & * & 1 \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{u} := \begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & * & * \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}$$

tal que

$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 12 \\ 1 & 8 & 21 \end{pmatrix}.$$

Pista: Resuelve primero el problema correspondiente para la submatriz que consiste de los primeros dos renglones y los primeras dos columnas.

Fecha de entrega: Viernes 27 de marzo antes de la clase.