Semestre 2009/2

Algebra Lineal II
Christof Geiss

Tarea 8

Ejercicio 21
Sea $\mathbf{m} \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{F})$ para algún campo $\mathbb{F}$, y $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ los polinomios invariantes de $\mathbf{m}$. Demuestra que $p_1 \cdot p_2 \cdots p_n$ es el polinomio característico y p_n es el polinomio mínimo de $\mathbf{m}$

Ejercicio 22
Sea $\mathbf{m} \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{F})$ y $\mathbf{m}^T = (m_{ij}^T)$ con $\mathbf{m}_{ij}^T = \mathbf{m}_{ji}$ para $1 \leq i, j \leq n$. Demuestra que existe un $\mathbf{t} \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{F})$ tal que $\mathbf{m}^T = \mathbf{t}^{-1}\mathbf{m}\mathbf{t}$.

Ejercicio 23
Considera las matrices

$$\mathbf{m} := \begin{pmatrix} 22 & 23 & 10 & -98 \\ 12 & 18 & 16 & -38 \\ -15 & -19 & -13 & 58 \\ 6 & 7 & 4 & -25 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{n} := \begin{pmatrix} 0 & -21 & -56 & -96 \\ 18 & 36 & 52 & -8 \\ -12 & -17 & -16 & 38 \\ 3 & 2 & -2 & -20 \end{pmatrix}$$

en $\mathrm{Mat}(4 \times 4, \mathbb{C})$. Calcula los polinomios invariantes y la forma normal de Frobenius de $\mathbf{m}$ y $\mathbf{n}$. Pista: Calcular los polinomios invariantes usando menores es posible pero algo tardado :-) Alternativamente, aquí uno puede calcular el polinomio característico e adivinar con eso el polinomio mínimo. Despues usa Ejercicio 21.

Fecha de entrega: Martes 28 de abril antes de la clase.