

Tarea 11**Ejercicio 30**

Sea $\mathcal{P}_4 \subset \mathbb{R}[x]$ el espacio de polinomios de grado menor o igual a 4, equipado con el producto interno

$$\langle p, q \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)q(x) \cdot e^{-x^2} dx$$

Aplica la ortogonalización de Gram-Schmidt a la base $(1, x, x^2, x^3, x^4)$ de \mathcal{P}_4 . El resultado son (salvo un escalar) los primeros 5 polinomios de Hermite.

Ejercicio 31

Sea $L_2[0, 1]$ el espacio de las funciones integrables $[0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ equipado con el producto interno

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$

y consideramos en $L_2[0, 1]$ el subespacio \mathcal{P}_4 de polinomios con grado menor o igual a 4. Además, sea f la función con

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x < 1/2 \\ 1 & \text{si } 1/2 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Determina la aproximación óptima de f en \mathcal{P}_4 .

Ejercicio 32

Determina la factorización QR de la matriz

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 4 \end{pmatrix} \in \text{Mat}(4 \times 4, \mathbb{R}).$$

Fecha de entrega: Martes 2 de junio antes de la clase.