

**Tarea 9****Ejercicio 30**

Determina con el algoritmo de Euclides un máximo común divisor  $d$  de los polinomios  $f := x^7 + x^6 + x^5 - x^4 - x^3 + x + 1$  y  $g := x^7 - x^6 - x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 7x + 1$  en el anillo de polinomios  $\mathbb{Q}[x]$ . Encuentra polinomios  $u, v \in \mathbb{Q}[x]$  con  $u \cdot f + v \cdot g = d$ .

**Ejercicio 31**

Considera el conjunto

$$Q := \{q \in \mathbb{Q} \mid \text{existen } r, s \in \mathbb{Z} \text{ con } q = \frac{r}{s} \text{ y } \text{mcd}(s, 30) = 1\},$$

Demuestra:

- (a)  $Q$  es un subanillo de  $\mathbb{Q}$ .
- (b)  $Q$  es un anillo de ideales principales con solo tres clases (modulo asociación) de primos.

**Ejercicio 32**

- (a) Determina cuales de los siguientes polinomios en  $\mathbb{Q}[X]$  son irreducibles:  
 $X^4 + 1$ ,  $X^4 + X + 1$ ,  $X^4 - 6X^2 + 5$ ,  $X^4 + 6X^2 + 1$ ,  
 $X^5 - 10X^4 + 10X^3 - 80X^2 + 75X - 17$ .
- (b) Sea  $K$  un campo,  $K(X, Y)$  el campo de fracciones del anillo de polinomios en dos indeterminadas  $K[X, Y]$ . Demuestra que  $f_n := Z^n + X^2 + Y^3 \in K(X, Y)[Z]$  es irreducible para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

**A discutir en la Ayudantía del 19 de Abril.**