

Tarea 8

Ejercicio 25

Sea K un campo. Considera los carcajes

$$Q^{(1)} : \begin{array}{c} & & & 4 \\ & & \nearrow & \\ 1 & \rightarrow & 2 & \leftarrow & 3 \\ & & \searrow & \\ & & & 5 \end{array} \quad \text{y} \quad Q^{(2)} : \begin{array}{c} & & & 4 \\ & & \nearrow & \\ 1 & \rightarrow & 2 & \rightarrow & 3 \\ & & \searrow & \\ & & & 5 \end{array}$$

Determina los carcajes de Auslander-Reiten para $KQ^{(1)}$ y $KQ^{(2)}$ usando como etiquetas para los vértices los vectores de dimensión de los inescindibles correspondientes. Justifica tus cálculos. Pista: en ambos casos el resultado debe de ser un carcaj con 20 vértices.

Ejercicio 26

Sea K un campo, Q un carcaj finito sin ciclos orientados, e $i \in Q_0$ un pozo de Q . Consideramos los funtores de reflexión definidos en el curso:

$$\text{rep}_K(Q) \begin{array}{c} \xrightarrow{F_i^+} \\ \xleftarrow{F_i^-} \end{array} \text{rep}_K(s_i(Q)).$$

Demuestra que (F_i^-, F_i^+) es un par de funtores adjuntos.

Ejercicio 27

Sea K un campo, Q un carcaj finito sin ciclos orientados, $Q_0 = \{1, 2, \dots, n\}$ de tal forma que para todo $\alpha \in Q_1$ se tiene $s(\alpha) > t(\alpha)$. Demuestra que $P_i := F_1^- \circ F_2^- \cdots F_{i-1}^-(S_i)$ es un proyectivo inescindible de $\text{rep}_K(Q)$ para todo $i \in Q_0$.

Ejercicio 28

Sea K un campo,

$$Q : \begin{array}{ccc} 3 & \xrightarrow{\alpha} & 1 \\ & \searrow \beta & \nearrow \gamma \\ & 2 & \end{array} \quad \text{y para } t \in K \text{ definimos } M_t : \begin{array}{ccc} K & \xrightarrow{t} & K \\ & \searrow 1 & \nearrow 1 \\ & K & \end{array} .$$

Observa que M_t es inescindible y $M_s \cong M_t$ implica $s = t$. Sea $\Phi^+ := F_3^+ \circ F_2^+ \circ F_1^+$ el funtor de Coxeter para Q .

- (a) Verifica que $\Phi^+ M_t \cong M_{-t}$.
- (b) Verifica que $\tau_Q M_t \cong M_t$ (el cálculo es muy parecido al ejemplo del carcaj de Kronoecker).

Fecha de entrega: 26 de mayo de 2015.