Las matemáticas son la disciplina menos presente en La Ciencia para Todos, aunque de una u otra manera se cuela en casi todos los volúmenes. Acaso ese tímido papel se debe a una dificultad intrínseca para divulgar la ciencia de los números. Aquí, el autor de uno de los pocos títulos sobre matemáticas en nuestra serie describe el berenjenal en que se mete quien quiere comunicar la médula del quehacer matemático

ENSAYO

¿Por qué es difícil divulgar matemáticas?

CARLOS PRIETO DE CASTRO

Las matemáticas parecen existir desde siempre; sin ellas, los babilonios y los egipcios no habrían sido capaces de levantar su imponente obra arquitectónica. No obstante, lo que podríamos llamar matemáticas modernas no surgió sino hasta que Zermelo y Fraenkel formularon los axiomas sobre los que se apoya la lógica que permite demostrar formalmente los teoremas que las conforman. Se tratan estos axiomas de una serie de postulados que se aceptan sin ninguna prueba, y es como consecuencia de ellos que se obtiene la demostración lógica de todas las aseveraciones que constituyen lo que hoy llamamos matemáticas. Ello no significa que las matemáticas sean pura lógica, sino que de la lógica depende la formalización de las demostraciones, que casi siempre se intuyen por la esencia misma de la afirmación que se conjetura.

Es un hecho que hoy por hoy las matemáticas están conformadas por una amplia variedad de ramas que interactúan unas con otras de maneras por demás intrincadas. Vemos que, a través de la topología algebraica, el álgebra y la topología están inextricablemente ligadas; de igual forma ocurre con la topología diferencial, que conjuga la topología con el cálculo diferencial, o con la geometría algebraica, que fusiona la geometría y el álgebra conmutativa. Podría continuar con una lista interminable de sinergias que no contribuiría en mucho más que en mostrar la vastedad del acervo matemático de nuestros días y sus vínculos.

Los célebres resultados que han sido obtenidos en los últimos cincuenta años incluyen el teorema de los cuatro colores, cuya prueba combina la combinatoria con algoritmos computacionales, o el último teorema de Fermat, cuya prueba, aun tratándose de una afirmación inherente a la teoría de los números, requirió de la teoría de funciones complejas y de las ecuaciones diferenciales. Todos estos resultados han sido obtenidos combinando técnicas de varias ramas de las matemáticas. Esto no significa que sean una disciplina pequeña, sino que muestran la unidad que las matemáticas tienen.

¿Por qué entonces es tan difícil hacer divulgación de las matemáticas? La primera dificultad que enfrentamos es saber para quién se escribe. Si pretendemos *divulgar* —es decir, acercar al *vulgo*— un sentir sobre las matemáticas, tenemos que partir del hecho de que los futuros lectores no conocen el objeto de discusión, y quizá ni les interese saber de la belleza y de la fuerza que tienen las matemáticas. Entonces el reto que tenemos ante nosotros es doble, a saber: provocar el interés del lector y transmitirle aquello que sobre las matemáticas queremos comunicar.

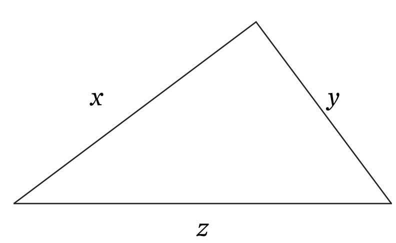
Una argucia a la que se puede recurrir para abordar un tema es tomar como punto de partida algún hecho matemático con el que el lector promedio esté familiarizado. Así, para divulgar algo acerca del último teorema de Fermat podemos explicar al lector el significado de que una ecuación de la forma

$$x^n + y^n = z^n, \text{ para } n > 2, \tag{1}$$

tenga soluciones enteras (esto es lo que se denomina *ecuación diofantina,* en honor a Diofanto, el padre de la aritmética). La argucia aquí puede consistir en considerar primero el caso $n = 2$ y tomar la ecuación

$$x^2 + y^2 = z^2, \tag{2}$$

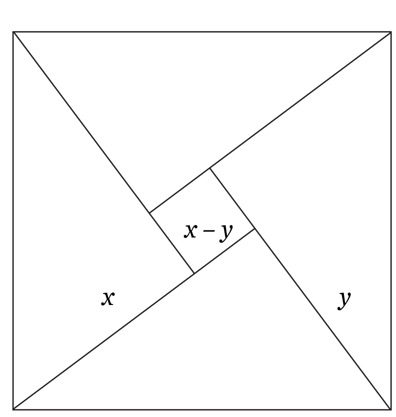
y luego en pensar que las indeterminadas x y y denotan las longitudes de los *catetos* de un triángulo rectángulo, y z su *hipotenusa.*



Entonces la ecuación (2) se transforma en el célebre teorema de Pitágoras, quizá la más famosa de todas las aseveraciones matemáticas. Una vez hecho esto, le hemos dado al lector un asidero. De aquí podemos pasar a la consideración de las ternas pitagóricas, como 3, 4, 5 o 5, 12, 13, y observar que son soluciones de la ecuación (2), es decir, que si tomamos $x = 3$, $y = 4$, $z = 5$ o $x = 5$, $y = 12$, $z = 13$, entonces se satisface la ecuación (2), a saber,

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \text{ o } 5^2 + 12^2 = 13^2,$$

como se verifica fácilmente. Así, ya le explicamos al lector lo que significa que la ecuación (2) tenga soluciones enteras. Ya con esto en la mano podemos especular con el lector sobre la posible existencia de soluciones enteras para la ecuación (1) cuando n es igual a 3. Finalmente puede explicársele al lector que Fermat aseguró que esa ecuación no tiene soluciones enteras cuando n es mayor que 2.



$$\begin{aligned} z^2 &= 4(xy/2) + (x - y)^2 \\ &= 2xy + x^2 - 2xy + y^2 \\ &= x^2 + y^2 \end{aligned}$$

Yo no sé si históricamente haya un vínculo entre el teorema de Pitágoras y el último teorema de Fermat; sin embargo, el vincularlos parece natural. Tampoco sé si esto realmente motive el problema que representa el último teorema de Fermat. Llama la atención que transcurrieran trescientos años desde que Fermat escribió su enigmática afirmación hasta que Andrew Wiles logró dar una demostración de dicha afirmación, después de que grandes cerebros como el de Carl Friedrich Gauss tratasen infructuosamente de dar una demostración de tal hecho.

Aquí pasamos a una tercera dificultad: ¿sabrá el lector cabalmente lo que significa *demostrar*? ¿Comprenderá por qué es fundamental dar una demostración fuera de toda duda de cualquier hecho matemático que aseveremos? Aquí podemos nuevamente apelar a alguna prueba del teorema de Pitágoras y explicar que, una vez presentada tal prueba, dicho teorema queda establecido como una verdad absoluta y permanente, y que puede ser utilizado sin ningún temor a que estemos fundamentando algo sobre bases dudosas. Llegada esta etapa, podríamos suponer allanado el camino para hablar de la demostración de Wiles. Sin embargo, no es claro aún si el lector comparte la importancia que para un matemático reviste el tener una demostración para una afirmación que no parece tener relevancia alguna para el bienestar de la humanidad.

Cabe aquí recordar ahora lo que el gran Gauss escribió en una misiva a Friedrich Bessel acerca de los números complejos, que hace doscientos años, en 1811, empezaban a cobrar importancia. Gauss escribió: "No se trata aquí de aplicaciones prácticas, sino de que el análisis es para mí una ciencia independiente que perdería extraordinariamente en belleza y orden con la postergación de aquellas magnitudes fingidas [los números complejos]." Y es aquí donde el factor *belleza* entra en juego. Es la belleza de la teoría a la que apela Gauss más que a los fines prácticos que ésta pudiere tener, que hoy por hoy sabemos que los tiene y muchos.

Aquí llegamos a otro punto fundamental, que es el hecho de que, cuanto más avanzamos, más incursionamos en un mayor nivel de abstracción. Ésta es la esencia de las matemáticas y lo que quizás explique la dificultad que ellas representan en la escuela y en general.

En resumen, la matemática exige un alto grado de abstracción, requiere de un lenguaje propio para poder expresarla y entenderla, y por tanto su divulgación resulta muy complicada. Demanda del lector una gran voluntad de abordar un escrito de matemáticas, disposición a quizá no entender muy bien lo que se está leyendo, voluntad de leer y releer, y tal vez un cierto umbral de resistencia a la frustración. Lo mismo ocurre —dicho sea para concluir—, aunque en un nivel diferente, con los matemáticos cuando tratamos de leer y entender sobre un tema que no nos es del todo conocido. ◄

Carlos Prieto de Castro, investigador del Instituto de Matemáticas de la UNAM, *es autor de* Aventuras de un duende en el mundo de las matemáticas *(*FCE*, 2005, La Ciencia para Todos), cuya segunda parte verá la luz muy pronto.*