

TAREA DEL DIPLOMADO EN RIESGO

GERÓNIMO URIBE BRAVO

Ejercicio 1. Los clientes llegan a un banco como un proceso de Poisson de tasa $\lambda = 3$. Suponga que dos clientes llegaron en la primera hora. ¿Cual es la probabilidad de que

- (1) ambos hayan llegado durante los primeros 20 minutos?
- (2) el primero haya llegado en los primeros 30 minutos y el segundo en los segundos 30 minutos?

Calule las expresiones exactas de la probabilidad y obtenga una aproximación numérica en la computadora. Por otra parte, para un inciso que usted escogerá, simule el problema en la computadora (descartando las corridas en que llega una cantidad de clientes distinta a 2). ¿Cuántas simulaciones debe hacer para obtener 3 lugares decimales exactos en la aproximación de la probabilidad por simulación. ?

Ejercicio 2. Sea N un proceso de Poisson de intensidad λ . ¿Es cierto que

$$\lim_{h \rightarrow 0} \mathbb{P}(N_h = 0) = 1, \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \mathbb{P}(N_h = 1) = \lambda \quad \text{y} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \mathbb{P}(N_h \geq 2) = \lambda?$$

Sugerencia: Vea que $\mathbb{P}(N_h \geq 2) = 1 - \mathbb{P}(N_h = 0) - \mathbb{P}(N_h = 1)$ y utilice la expansión de Taylor a orden 2 de la función $t \mapsto e^{-\lambda t}$.

Ejercicio 3. La cantidad de horas entre la llegada de trenes a una estación se distribuye uniforme en $(0, 1)$. Los pasajeros llegan a la estación para tomar el tren como un proceso de Poisson de intensidad 70 por hora. Suponga que un tren acaba de dejar la estación. Sea X la cantidad de personas que se suben al próximo tren. Encuentre

- (1) $\mathbb{E}(X)$
- (2) $\text{Var}(X)$.

Sugerencia: condicione por el tiempo de llegada entre el tren que se acaba de ir y el próximo en llegar. Utilice además la fórmula de varianza condicional (que deberá buscar y enunciar).