

PROCESOS ESTOCÁSTICOS II

1. TEMAS A TRATAR

Caminatas aleatorias, procesos de Galton-Watson, Cadenas de Markov a tiempo continuo, Procesos de Lévy y aspectos de cálculo estocástico.

2. PREREQUISITOS

- (1) Probabilidad I y II
- (2) Procesos Estocásticos I

3. PRESENTACIÓN

En este curso ampliaremos nuestro conocimiento del área de procesos estocásticos. Primero desarrollaremos algunos ejemplos (caminatas aleatorias, procesos de Galton-Watson y algunas cadenas de Markov a tiempo continuo) que nos guiarán para introducirnos en el estudio de procesos estocásticos más complejos como los procesos de Lévy. También examinaremos como la teoría de martingalas se puede aplicar en el contexto de procesos de Lévy (de los cuales el movimiento browniano es el ejemplo prominente) para construir la integral estocástica. Conoceremos aspectos de la teoría de integración estocástica y como nos permite construir procesos estocásticos como las difusiones a partir de procesos más simples como el movimiento browniano.

4. TEMARIO

- (1) Caminatas aleatorias y procesos de Galton-Watson: Profundización
 - (a) Caminatas aleatorias
 - (i) Dualidad y procesos de escalera
 - (ii) La identidad de Sparre Andersen
 - (iii) Leyes arco seno
 - (iv) Teoría de fluctuaciones
 - (v) El caso continuo hacia abajo
 - (A) Lema cíclico
 - (B) Criterio de recurrencia y transitoriedad
 - (vi) Minorante convexo de procesos de Lévy y factorización de Wiener Hopf
 - (vii) Elementos de límites de escala y procesos de Lévy
 - (b) Caminatas aleatorias y árboles de Galton Watson
 - (i) Caminata por amplitud y perfiles
 - (ii) Caminata a profundidad y árboles
 - (iii) El tamaño total del árbol
 - (iv) Criterios de finitud del árbol de Galton-Watson
 - (v) Procesos de Galton-Watson en la CA simple y simétrica
 - (vi) Elementos de límites de escala y procesos de ramificación continua
- (2) Cadenas de Markov a tiempo continuo
 - (a) Recordatorio del proceso de Poisson

- (b) Ejemplos
 - (c) Q matrices y sus exponenciales
 - (d) Algunas propiedades de la distribución exponencial
 - (e) Explosión
 - (f) Propiedad de Markov fuerte
 - (g) Ecuaciones prospectivas y retrospectivas de Kolmogorov
 - (h) Elementos de cambios de tiempo
- (3) Procesos de Lévy
- (a) Distribuciones infinitamente divisibles
 - (b) Elementos de construcción de procesos de Lévy
 - (i) Teorema de consistencia de Kolmogorov
 - (ii) Teorema de regularización de trayectorias
 - (c) Medidas de Poisson aleatorias y subordinadores
 - (d) Compensación y construcción de procesos de Lévy
- (4) Elementos de cálculo estocástico
- (a) Martingalas asociadas a procesos de Lévy y movimiento browniano
 - (b) Integrales estocásticas elementales
 - (c) Integrales estocásticas y versiones de la fórmula de Ito
 - (d) Ecuaciones diferenciales estocásticas
 - (e) Construcción de algunas difusiones

5. BIBLIOGRAFÍA

- (1) William Feller. *An introduction to probability theory and its applications. Vol. I.* Third edition. John Wiley & Sons Inc., New York, 1968
- (2) William Feller. *An introduction to probability theory and its applications. Vol. II.* Second edition. John Wiley & Sons Inc., New York, 1971
- (3) J. Pitman. *Combinatorial stochastic processes*, volume 1875 of *Lecture Notes in Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, 2006. Lectures from the 32nd Summer School on Probability Theory held in Saint-Flour, July 7–24, 2002, With a foreword by Jean Picard (Disponible via [Librunam](#).)
- (4) Josh Abramson, Jim Pitman, Nathan Ross, and Gerónimo Uribe Bravo. Convex minorants of random walks and Lévy processes. *Electron. Commun. Probab.*, 16:423–434, 2011 (Revista de [acceso abierto](#).)
- (5) Andreas E. Kyprianou. *Fluctuations of Lévy processes with applications*. Universitext. Springer, Heidelberg, second edition, 2014 (Disponible via [Librunam](#).)
- (6) J. R. Norris. *Markov chains*, volume 2 of *Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1998. Reprint of 1997 original (Disponible via [Librunam](#).)
- (7) Gregory F. Lawler. *Introduction to stochastic processes*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, second edition, 2006
- (8) Jean Bertoin. *Lévy processes*, volume 121 of *Cambridge Tracts in Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1996
- (9) Ken-iti Sato. *Lévy processes and infinitely divisible distributions*, volume 68 of *Cambridge Studies in Advanced Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1999