Gráficas y juegos

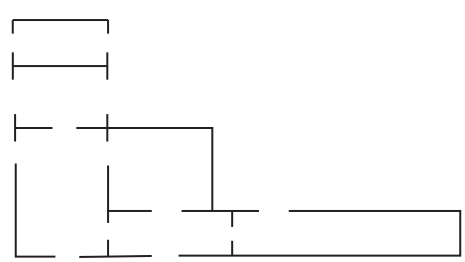
Sexta tarea

Lee, piensa y responde con cuidado. No olvides justificar bien tus respuestas.

Recuerden que las definiciones son las importantes. Para probar algo no siempre es bueno sobreargumentar (ni tampoco quedar falto de argumentos). Los mejores argumentos suelen ser los simples.

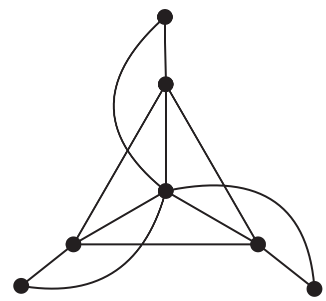
Pueden entregar la tarea en grupos de dos personas si en la siguiente tarea trabajan en un grupo distinto.

1. La siguiente figura muestra el plano de una casa; ¿es posible que una persona pase por cada una de las puertas de la casa una sola vez? Modela este problema con una gráfica y, en caso de que sea posible recorrer la casa de este modo, muestra cómo puede hacerse, en caso contrario explica por qué no.



2. Prueba que una gráfica es euleriana si y sólo si existe una partición de sus aristas en ciclos.

3. Muestra que la gráfica abajo no es hamiltoniana.



4. Prueba que si G es una gráfica hamiltoniana entonces para subconjunto S de los vértices de G se tiene que:

$$\omega(G - S) \leq |S|.$$

5. (a) Prueba que si G es una gráfica con al menos tres vértices y *para cada par de vértices no adyacentes* u y v se tiene que:

   $$d(u) + d(v) \geq n$$

   entonces G es hamiltoniana si y sólo si $G + uv$ es hamiltoniana.

   (b) Deduce que si una gráfica con al menos tres vértices satisface que para cada par de vértices no adyacentes u y v se tiene que $d(u) + d(v) \geq n$ entonces G es hamiltoniana.

6. Prueba o da un contraejemplo de las siguientes afirmaciones:

   (a) Toda gráfica euleriana es hamiltoniana.

   (b) Toda gráfica hamiltoniana es euleriana.