
Gráficas y juegos

Quinta tarea

Lee, piensa y responde con cuidado. No olvides justificar bien tus respuestas.

Recuerden que las definiciones son las importantes. Para probar algo no siempre es bueno sobreargumentar (ni tampoco quedar falto de argumentos). Los mejores argumentos suelen ser los simples.

La tarea se entrega en equipos de a lo más dos personas (recuerda que no se pueden repetir equipos con respecto a la sexta tarea).

1. Considera una gráfica G cuyos vértices están coloreados con $\chi(G)$ colores. Muestra que para cualquier par de colores i y j distintos, existen un vértice color i y un vértice color j tales que son adyacentes.
2. Considera una gráfica G con $\chi(G) = p$ y $x \in V(G)$. Prueba que $\chi(G - x)$ es p o $p - 1$.
3. Prueba, mediante el uso de la fórmula de Euler, que $K_{3,3}$ no es plana.
4. Prueba que el grado mínimo de una gráfica plana es menor o igual que cinco.
5. Prueba que si G es una gráfica bipartita plana conexa con al menos tres vértices entonces m es menor o igual que $2n - 4$.

Extras

- A. Prueba que si cualquier par de ciclos de longitud impar en una gráfica se intersectan entonces su número cromático es a lo más cinco.
- B. Prueba que si G es una gráfica plana con al menos once vértices entonces su complemento no es plana.
- C. Prueba que:
$$\chi(G) = \min\{|P| : P \text{ es una partición de } V(G) \text{ en conj. independientes}\}.$$