
Gráficas y juegos

Primera tarea

Lee, piensa y responde con cuidado. No olvides justificar bien tus respuestas. Se entrega por equipos de hasta dos personas.

1.
 - a) Dibuja la gráfica cuyo conjunto de vértices es $V(G) = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ y conjunto de aristas $A(G) = \{u_1u_2, u_1u_4, u_1u_5, u_2u_3, u_3u_5\}$.
 - b) Dibuja una gráfica cuyo conjunto de vértices es $V(G) = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ y cuyo conjunto de aristas $A(G)$ sea lo más grande posible. Determina el conjunto $A(G)$.
 - c) Si una gráfica es de orden 3, ¿cuáles son los posibles tamaños de G ?
2. ¿Existe una gráfica G de orden 5 o más que cumpla que cada vértice de G incide al menos una arista, pero no sucede que cualesquiera dos aristas son adyacentes? (Justifica tu respuesta.)
3. Da un ejemplo de una gráfica G de tamaño positivo con la propiedad de que cualquier vértice incide en cualquier arista.
4. Da un ejemplo de una gráfica que cumpla las siguientes propiedades:
 - a) todo vértice es adyacente a dos vértices; y
 - b) toda arista es adyacente a dos aristas.
5.
 - a) Considera una gráfica G tal que $V(G) = \{2, 3, 4, 5, 11, 12, 13, 14\}$ y dos vértices u y v son adyacentes si y sólo si $\text{mcd}(u, v) = 1$. Dibújala y determina $A(G)$.
 - b) Considera G una gráfica con $V(G) = \{1, 2, \dots, 10\}$, tal que dos números i y j en $V(G)$ son adyacentes si y sólo si $|i - j| \leq 3$. Dibuja la gráfica G y determina $A(G)$.
 - c) Considera G una gráfica con $V(G) = \{1, 2, \dots, 10\}$, tal que dos números i y j en $V(G)$ son adyacentes si y sólo si $i + j$ es múltiplo de cuatro. Dibuja la gráfica G y determina $A(G)$.

- d) Considera G una gráfica con $V(G) = \{1, 2, \dots, 10\}$, tal que dos números i y j en $V(G)$ son adyacentes si y sólo si $i \cdot j$ es múltiplo de diez. Dibuja la gráfica G y determina $A(G)$.
6. Da un ejemplo de una situación de la vida real que pueda ser representada por una gráfica. Dibuja la gráfica que describe dicha situación.

Extras

- A. ¿Cuál es el tamaño máximo posible de una gráfica cuyo orden es n , donde n es un entero positivo?
- B. Describe un grupo de cinco personas, en el cual cualesquiera dos de sus miembros tienen exactamente un amigo en común. ¿Puedes encontrar un grupo de cuatro personas con la misma propiedad?