
Gráficas y juegos

Cuarta tarea

Lee, piensa y responde con cuidado. No olvides justificar bien tus respuestas. La tarea se puede entregar en equipos de dos personas (si el equipo no coincide con el de la tarea anterior).

Recuerden que las definiciones son las importantes. Para probar algo no siempre es bueno sobreargumentar (ni tampoco quedar falto de argumentos). Los mejores argumentos suelen ser los simples.

1. Dada G una gráfica de orden once y e una arista de corte (también llamadas *puentes*) de G y v un vértice de G .
 - (a) Muestra que existe una componente de $G - e$ que posee al menos seis vértices.
 - (b) Muestra que $G - v$ no siempre tiene una componente con al menos seis vértices.
2. Prueba que la distancia entre vértices en una gráfica es una métrica, es decir, que:
 - (a) $d(v, u) \geq 0$ y $d(v, u) = 0$ si y sólo si $v = u$.
 - (b) $d(v, u) = d(u, v)$.
 - (c) $d(v, u) \leq d(u, w) + d(w, u)$.
3.
 - (a) Dibuja todos los árboles no isomorfos de orden 6.
 - (b) Dibuja todos los árboles no isomorfos de orden 7 tales que su grado máximo sea menor o igual a 4.
4. Prueba que toda componente conexa de un bosque es un árbol.
5. Prueba que si F es un bosque de orden n con ω componentes conexas, entonces el tamaño de F es $n - \omega$.

Extras

- A. Muestra que un árbol con exactamente dos hojas es una trayectoria.
- B. Prueba que una gráfica G es un bosque si y sólo si toda subgráfica inducida de G contiene un vértice de grado a lo más 1.
- C. Una hidrocarburo saturado es una molécula C_mH_n en la cual todo átomo de carbono tiene cuatro enlaces, todo átomo de hidrógeno tiene un solo enlace y ninguna sucesión de enlaces forman un ciclo. Muestra que, para todo entero positivo m , C_mH_n puede existir si y sólo si $n = 2m + 2$.