
Teoría de las Gráficas I

Primera tarea (versión final)

Lee, piensa y responde con cuidado. No olvides justificar bien tus respuestas. La tarea se entrega en **equipos de dos a tres personas**.

Recuerden que las definiciones son las importantes. Para probar algo no siempre es bueno sobreargumentar (ni tampoco quedar falto de argumentos). Los mejores argumentos suelen ser los simples.

1. Prueba que $p_1 + p_2 + \dots + p_n$, donde p_i es impar para $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, es par si y sólo n es par.
2. Prueba que G es conexa si y sólo si existe un camino abierto que pasa por todos los vértices.
3. Prueba que G es conexa si y sólo si existe un camino cerrado que pasa por todos los vértices y todas las aristas.
4. Prueba que si el grado mínimo de una gráfica es al menos dos entonces posee un ciclo.
5. Prueba que si el grado mínimo de una gráfica es al menos k entonces posee un ciclo de longitud mayor o igual que $k + 1$.
6. Considera H una subgráfica de G . Prueba que si H no es bipartita entonces G no es bipartita.
7. Considera G una gráfica sin ciclos impares y v un vértice en ella. Definamos:
 $V_1 := \{u \in V(G) : \text{existe una } vu\text{-trayectoria de longitud par en } G\}$ y
 $V_2 := \{u \in V(G) : \text{existe una } vu\text{-trayectoria de longitud impar en } G\}$.
Prueba que tanto como V_1 como V_2 son conjuntos independientes.
8. Considera una gráfica desconexa. Prueba que su complemento es conexo.
9. Muestra que dos gráficas son isomorfas si y sólo si sus complementos son isomorfos.