

---

# Teoría de las Gráficas I

---

## Reposición de la segunda tarea

Lee, piensa y responde con cuidado. No olvides justificar bien tus respuestas. La tarea se entrega en **equipos de dos a tres personas**.

Recuerden que las definiciones son las importantes. Para probar algo no siempre es bueno sobreargumentar (ni tampoco quedar falto de argumentos). Los mejores argumentos suelen ser los simples.

1. Dada  $G$  una gráfica de orden once y  $e$  una arista de corte (también llamadas *puentes*) de  $G$  y  $v$  un vértice de  $G$ .
  - (a) Muestra que existe una componente de  $G - e$  que posee al menos seis vértices.
  - (b) Muestra que  $G - v$  no siempre tiene una componente con al menos seis vértices.
2. Sea  $T$  un árbol de orden  $p$  tal que  $\delta(v) \in \{1, 3\}$ , para todo  $v \in V(T)$ . Prueba que  $T$  contiene  $\frac{p-2}{2}$  vértices de grado 3.
3. Sabemos que un árbol cumple las siguientes propiedades:
  - (a)  $95 < p < 100$ ,
  - (b) el grado de todo vértice de  $T$  es uno, tres o cinco y
  - (c)  $T$  tiene el doble de vértices de grado tres que de grado cinco.

¿Cuántos vértices tiene  $T$ ?

4. Considera  $T$  un árbol y  $T'$  el conjunto de hojas del árbol. Prueba que los conjuntos

$$\{u : \text{para todo } v \in V(T), \text{exc}_T(u) \leq \text{exc}_T(v)\}$$

y

$$\{u : \text{para todo } v \in V(T), \text{exc}_{T-T'}(u) \leq \text{exc}_{T-T'}(v)\}$$

son iguales.