Teoría de las Gráficas I

Sexta tarea

Lee, piensa y responde con cuidado. No olvides justificar bien tus respuestas. La tarea se entrega en **equipos de dos a tres personas**.

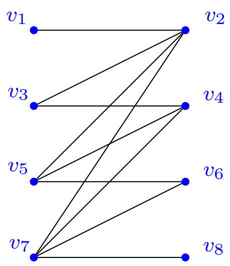
Recuerden que las definiciones son las importantes. Para probar algo no siempre es bueno sobreargumentar (ni tampoco quedar falto de argumentos). Los mejores argumentos suelen ser los simples.

1. Dadas G una gráfica, M un apareamiento de G y $P = (x_0, x_1, \ldots, x_n)$ una trayectoria M-aumentante prueba que

$$M^* := (M \setminus \{x_1x_2, x_3x_4, \ldots, x_{n-2}x_{n-1}\}) \cup \{x_0x_1, x_2x_3, \ldots, x_{n-1}x_n\}$$

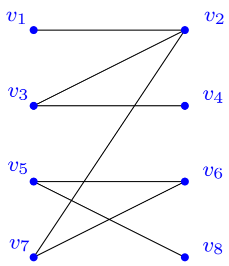
es un apareamiento.

2. Determina algorítmicamente si la siguiente gráficas posee o no un apareamiento que satura todos vértice de $\{v_1, v_3, v_5, v_7\}$ y, en caso de tenerlo, determina cuál es. Describe cada uno de los pasos que va llevando a cabo el algoritmo (y no los pasos que forman el algoritmo). Inicia con una arista.



3. Determina algorítmicamente si la siguiente gráficas posee o no un apareamiento que satura todos vértice de $\{v_1, v_3, v_5, v_7\}$ y, en caso de tenerlo, determina cuál es. Describe cada uno de los pasos que va llevando a cabo el algoritmo (y no los pasos que forman el algoritmo).

Inicia con una arista.



4. Prueba que:

$$\chi(G) = \min\{|\mathcal{P}|\}$$

sobre todas las $\mathcal{P}$ donde $\mathcal{P}$ es una partición de $V(G)$ en conjuntos independientes.

5. Sin recurrir al teorema de los cinco o cuatro colores, prueba que toda gráfica plana es 6-coloreable.

6. Prueba que ni K_5 ni $K_{3,3}$ son gráficas aplanables.