
Teoría de las gráficas II

Tercera tarea
11 de mayor de 2012

Lee, piensa y responde con cuidado. No olvides justificar bien tus respuestas.

1. Dada una digráfica D , define la matriz $I^-[D]$. Prueba que $\sum_{v \in V(D)} \delta_D^-(v) = q$.
2. Prueba si G es una gráfica fuertemente conexa entonces que todo camino cerrado de longitud impar posee una subsucesión que es un ciclo dirigido de longitud impar.
3. Considera D una digráfica.
 - (a) Prueba que si $\delta_D^+(v) \geq 1$ para todo vértice v en D entonces G posee un ciclo dirigido.
 - (b) Prueba que si $\delta_D^-(v) \geq 1$ para todo vértice v en D entonces G posee un ciclo dirigido.
4. Dada una digráfica D , prubba que si $\delta_D^-(v) \geq k$ para todo vértice v en G entonces G posee un ciclo dirigido de longitud al menos $k + 1$.
5. Supón que una digráfica D no posee ciclos dirigidos. Prueba que cada componente fuertemente conexa de D está formada por exactamente un vértice.
6. En la prueba de que todo vértice v en un torneo fuertemente conexo está en un ciclo de longitud tres, en uno de cuatro y así hasta el orden del torneo, prueba que los conjuntos S y T no son vacíos.
7. Considera D una digráfica tal que:
 - (a) $\delta_D^+(x) - \delta_D^-(x) = 1 = \delta_D^-(y) - \delta_D^+(y)$ y
 - (b) $\delta_D^+(v) = \delta_D^-(v)$ para todo $v \in V(D) \setminus \{x, y\}$.

Entonces D posee un paseo euleriano dirigido abierto.