

---

## Seminario de análisis combinatorio

---

### Primera tarea

1. Definir la *matriz de incidencia hacia*  $I^-(D)$  y usarla para demostrar que

$$\sum_{v \in V(D)} \delta_D^-(v) = q = |F(D)|.$$

2. Dada una digráfica  $D$ , si  $\delta_D^-(z) \geq 1$  para todo vértice  $z$  en  $V(D)$  entonces  $D$  tiene un ciclo dirigido. Muestra que esta cota es la mejor posible.
3. Dada una digráfica  $D$ , si  $\delta_D^-(z) \geq k \geq 221$  para todo vértice  $z$  en  $V(D)$  entonces  $D$  tiene una trayectoria de longitud mayor o igual que  $k$ . Muestra que esta cota es la mejor posible.
4. Dada una digráfica  $D$ , si  $\delta_D^-(z) \geq k \geq 1$  para todo vértice  $z$  en  $V(D)$  entonces  $D$  tiene un ciclo dirigido de longitud al menos  $k + 1$ . Muestra que esta cota es la mejor posible.
5. Prueba que si una digráfica  $D$  posee un camino dirigido que pasa por todos los vértices entonces  $D$  es unilateralmente conexa.
6. Prueba que si  $D$  es una digráfica fuertemente conexa entonces existe un camino dirigido cerrado que pasa por todos sus vértices.
7. Considera una digráfica  $D$  y sea  $G_D$  la gráfica subyacente de  $D$ . Prueba que  $D$  es bipartita si y sólo si  $G_D$  lo es.