



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Unidad Iztapalapa
División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Matemáticas

Matemáticas Discretas
Segunda tarea

Trimestre 2017O
10 de octubre de 2017

Nombre: _____
Matrícula: _____

Tabla de puntos:

Pregunta	Puntos	Resultado
1	15	
2	15	
3	20	
4	15	
5	20	
6	15	
Total:	100	

Lee, piensa y responde con cuidado. No olvides justificar bien tus respuestas.

Recuerden que las definiciones son las importantes. Para probar algo no siempre es bueno sobreargumentar (ni tampoco quedar falto de argumentos). Los mejores argumentos suelen ser los más simples.

1. (15 puntos) Demuestra que el conjunto de los naturales $\mathbb{N}$ es infinito.
2. (15 puntos) (a) (5 puntos) Da un ejemplo de funciones

$$X \xrightarrow{f} Y \xrightarrow{g} Z$$

tales que g es suprayectiva y $g \circ f$ no lo es.

- (b) (5 puntos) Da un ejemplo de funciones

$$X \xrightarrow{f} Y \xrightarrow{g} Z$$

tales que f es inyectiva, g es suprayectiva pero $g \circ f$ no es ni inyectiva ni suprayectiva.

- (c) (5 puntos) Da un ejemplo de funciones

$$X \xrightarrow{f} Y \xrightarrow{g} Z$$

tales que f no es inyectiva, g no es suprayectiva y $g \circ f$ es biyectiva.

3. (20 puntos) Determina si cada una de las siguientes proposiciones es falsa o verdadera; en caso de ser falsa, da un contraejemplo.
1. Para cualquier conjunto X , la relación $\approx$ definida sobre los subconjuntos de X es una relación de equivalencia en $\wp(A)$.
 2. Si A es un conjunto finito $A \approx B$, entonces B es finito.
 3. Si A y B son dos conjuntos infinitos entonces $A \cap B$ es infinito.
 4. Si B es infinito y $A \subseteq B$ entonces A es infinito.
 5. Si A es finito y $A \subseteq B$ entonces B es finito.
 6. Si A es infinito y $A \subseteq B$ entonces B es infinito.
 7. Si $A \approx B$ y A es infinito entonces B es infinito.
 8. Si $f: \mathbb{N} \rightarrow B$ es una función inyectiva entonces B es infinito.
 9. Si $f: A \rightarrow \mathbb{N}$ es una función suprayectiva entonces f es inyectiva.
 10. Si $f: \mathbb{N} \rightarrow B$ es una función y B es finito entonces f es suprayectiva.
 11. Si $n \leq m$ entonces cualquier función $f: I_n \rightarrow I_m$ es inyectiva.
 12. Si $m \leq n$ entonces cualquier función $f: I_n \rightarrow I_m$ es suprayectiva.
4. (15 puntos) Considera dos conjuntos finitos y ajenos A y B de cardinalidades n y m , respectivamente. Así, existen funciones biyectivas $f: I_n \rightarrow A$ y $g: I_m \rightarrow B$. Muestra que existe una función biyectiva

$$h: I_{m+n} \rightarrow A \cup B.$$

¿Qué se deduce de la existencia de la función anterior?

5. (20 puntos) Considera dos conjuntos finitos A y B y una función $f: A \rightarrow B$.
- (a) (7 puntos) Define que es una *inversa derecha* para la función f .
 - (b) (6 puntos) Prueba que si f es suprayectiva, entonces existe una inversa derecha para la función f .
 - (c) (4 puntos) Da un ejemplo de una función f que **no posea** ninguna inversa derecha.
 - (d) (3 puntos) Si f es una función suprayectiva y g es una inversa derecha para f , prueba que g es inyectiva.

6. (15 puntos) Considera un conjunto finito A de cardinalidad A . Definamos los conjuntos:

$$B = \{f: I_2 \rightarrow A: f \text{ es inyectiva} \}$$

y

$$A' = \{(a, b): (a, b) \in A \times A \text{ y } a \neq b\}.$$

Prueba que la función

$$F: B \rightarrow A',$$

definida por $F(f) = (f(1), f(2))$, es biyectiva.