Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Iztapalapa
División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Matemáticas

Matemáticas Discretas
Tercera tarea

Trimestre 2017O
20 de octubre de 2017

Nombre: _____
Matrícula: _____

Tabla de puntos:

Pregunta	Puntos	Resultado
1	10	
2	5	
3	30	
4	5	
5	5	
6	20	
7	5	
8	5	
9	5	
10	5	
11	15	
Total:	110	

Lee, piensa y responde con cuidado. No olvides justificar bien tus respuestas.

Recuerden que las definiciones son las importantes. Para probar algo no siempre es bueno sobreargumentar (ni tampoco quedar falto de argumentos). Los mejores argumentos suelen ser los más simples.

1. (10 puntos) Considera los dígitos 0, 1, 2, 3 y 4.
   (a) (5 puntos) ¿Cuántos números naturales de tres dígitos distintos pueden formarse con ellos?
   (b) (5 puntos) Es claro que el menor de esos números es el 102 y el mayor el 432, ¿qué lugar ocupa el número 324?

2. (5 puntos) ¿Cuántos números naturales, el cero inclusive, hay que sean menores que mil, si cada número está constituido por dígitos diferentes?

3. (30 puntos) En un juego de lotería, una apuesta consiste en elegir seis números comprendidos entre el uno y el cuarenta y nueve. Se realiza el sorteo extrayendo seis de los cuarenta y nueve números y dichos números forman la *combinación ganadora*. Además, se extrae un séptimo número, llamado el número *adicional*.
   (a) (5 puntos) ¿Cuántas posibles apuestas hay?
   (b) (5 puntos) ¿Cuántas maneras hay de acertar los seis números de la combinación ganadora?
   (c) (5 puntos) ¿Cuántas maneras hay de acertar cinco números de la combinación ganadora y el adicional?
   (d) (5 puntos) ¿Cuántas maneras hay de acertar sólo cinco números de la combinación ganadora sin el adicional?
   (e) (5 puntos) ¿Cuántas maneras hay de acertar sólo cuatro números de la combinación ganadora?
   (f) (5 puntos) ¿Cuántas maneras hay de acertar sólo un número de la combinación ganadora?
   (g) (5 puntos) ¿Y de no acertar ningún número de la combinación ganadora?

4. (5 puntos) En un lugar donde venden hamburguesas, se advierte al cliente que su hamburguesa puede ir con o sin cada uno de los siguientes ingredientes: salsa de tomate, mostaza, mayonesa, lechuga, tomate, cebolla, pepinillos, jalapeños, queso y setas. ¿Cuántos tipos diferentes de hamburguesas son posibles?

5. (5 puntos) Supongamos que cada persona tiene tres iniciales en un alfabeto de 26 letras, ¿cuántos habitantes debe tener una población como mínimo para que sea posible afirmar que hay dos habitantes con las iniciales repetidas?

6. (20 puntos) Un *anagrama* es una palabra que resulta de escribir las letras de otra palabra en otro orden. No hace falta que tenga un significado, es decir, que un anagrama podría no estar en un diccionario. ¿Cuántos anagramas tienen las siguientes palabras?
   (a) (5 puntos) MÉXICO,
   (b) (5 puntos) ANAGRAMA,
   (c) (5 puntos) CUERNAVACA y
   (d) (5 puntos) MATEMÁTICAS.

7. (5 puntos) Muestra que en cualquier conjunto de seis cursos, con una clase una vez a la semana (de lunes a viernes), tienen que haber dos que se impartan el mismo días.

8. (5 puntos) Un recipiente contiene diez bolas azules y diez bolas rojas y una persona las selecciona aleatoriamente sin ver.

1. ¿Cuántas bolas se deben seleccionar para estar seguros que tenemos al menos tres del mismo color?
2. ¿Cuántas bolas se deben seleccionar para asegurar que hay al menos tres bolas azules?

9. (5 puntos) Muestra que en cualquier conjunto de cinco enteros (no necesariamente consecutivos ni necesariamente diferentes) hay al menos dos que dejan el mismo residuo cuando los dividimos entre cuatro.

10. (5 puntos) Considera un número entero positivo n. Muestra que en cualquier conjunto de n enteros consecutivos hay exactamente uno que es múltiplo de n.

11. (15 puntos) Prueba que en cualquier fiesta (con al menos dos personas) siempre hay dos personas que conocen al mismo número de personas (en la fiesta y suponiendo que la relación de conocerse es simétrica).