UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Unidad Iztapalapa
División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Matemáticas

Matemáticas Discretas
Tercera tarea (complemento)

Trimestre 2017O
20 de octubre de 2017

Nombre: ________________
Matrícula: ________________

Tabla de puntos:

Pregunta	Puntos	Resultado
1	10	
2	10	
3	10	
4	10	
5	10	
6	10	
7	20	
8	20	
9	10	
Total:	110	

Lee, piensa y responde con cuidado. No olvides justificar bien tus respuestas.

Recuerden que las definiciones son las importantes. Para probar algo no siempre es bueno sobreargumentar (ni tampoco quedar falto de argumentos). Los mejores argumentos suelen ser los más simples.

1. (10 puntos) Para $n \geq 0$, tomamos

$$\binom{n-1}{n} = 0 \text{ y } \binom{n-1}{-1} = 0.$$

Muestra que se sigue satisfaciendo las igualdades correspondientes del teorema de Pascal. Es decir, deben probar que:

1. $\binom{n-1}{n-1} + \binom{n-1}{n} = \binom{n}{n}$

2. $\binom{n-1}{-1} + \binom{n-1}{0} = \binom{n}{0}$

2. (10 puntos) Utiliza el teorema del binomio para desarrollar las siguientes expresiones:
   (a) (5 puntos) $(2x - 5y)^4$
   (b) (5 puntos) $(2a - 3b^2)^8$
   (c) (5 puntos) $(a + 2b - {}^{c}/_{2})^4$
   (d) (5 puntos) $(x + y)^6 + (x - y)^6$

3. (10 puntos) Encuentra el término que no contiene x en el desarrollo de:
   (a) (5 puntos) $(x^5 + {}^{2}/_{x})^5$
   (b) (5 puntos) $(\sqrt{x} + {}^{1}/_{\sqrt[4]{x}})^9$

4. (10 puntos) El segundo, tercer y cuarto término en el desarrollo de $(x + y)^n$ son 240, 720 y 1080, respectivamente. Encuentra los valores de x, y y n.

5. (10 puntos) En el desarrollo de $(1+{}^{x}/_{a})^n$, los tres primeros términos son $1+30x+360x^2$, encuentra los valores de a y n.

6. (10 puntos) En el desarrollo de $(x^4 + {}^{1}/_{3}y^2)^n$, en el noveno término aparece $x^{32}y^{18}$, encuentra el valor de n y el coeficiente correspondiente al noveno término.

7. (20 puntos) Demuestra que
   (a) (5 puntos) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.
   (b) (5 puntos) Si $k \neq 0$ entonces $\binom{r}{k} = \frac{r}{k} \cdot \binom{r-1}{k-1}$.
   (c) (5 puntos) Si $k < r$ entonces $\binom{r}{k} = \frac{r}{r-k} \cdot \binom{r}{k-1}$.
   (d) (5 puntos) $\binom{r}{m} \cdots \binom{m}{k} = \binom{r}{k} \cdot \binom{r-k}{m-k}$.

8. (20 puntos) Utiliza el teorema del binomio para determinar el valor de las siguientes sumas:
   (a) (10 puntos) $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n}$
   (b) (10 puntos) $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \cdots + (-1)^n\binom{n}{n}$

9. (10 puntos) Si m, n y k son números naturales tales que $k < n$ y $k < m$, demuestra que

$$\binom{n+m}{k} = \sum_{j=0}^{k} \binom{m}{j} \cdot \binom{n}{k-j}.$$

Sugerencia. Examina $(x + y)^{n+m} = (x + y)^n(x + y)^m$.