



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Unidad Iztapalapa

División de Ciencias Básicas e Ingeniería

Departamento de Matemáticas

Cálculo diferencial

Tercera tarea

Trimestre 2018I

22 de febrero de 2018

Nombre: _____

Nombre: _____

Nombre: _____

Lee, piensa y responde con cuidado. No olvides justificar bien tus respuestas.

Recuerden que las definiciones son las importantes.

1. Determina los límites siguiente y explica cómo los calculaste.

1.1 $\lim_{x \rightarrow 3} 4x$

1.4 $\lim_{x \rightarrow 5} x(x - 3)$

1.7 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-2}{x}$

1.2 $\lim_{x \rightarrow -2} 3x$

1.5 $\lim_{x \rightarrow 2} x(x + 3)$

1.8 $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{5x + 4}$

1.3 $\lim_{x \rightarrow -4} (x + 5)$

1.6 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x}{x+5}$

1.9 $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{16 - 7x}$

2. Supón que $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -5$ y $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 4$, encuentra los siguientes límites y explica cómo los calculaste.

2.1 $\lim_{x \rightarrow 1} (-3)f(x)$

2.4 $\lim_{x \rightarrow 1} (g(x) - 3f(x))$

2.7 $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{g(x) - f(x)}$

2.2 $\lim_{x \rightarrow 1} (2f(x) + g(x))$

2.5 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-f(x)}{x+g(x)}$

2.8 $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{2x + 2f(x)}$

2.3 $\lim_{x \rightarrow 1} 2g(x)$

2.6 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3-f(x)}{1-4g(x)}$

3. Bosqueja una posible gráfica que corresponda a una función f que satisfaga las siguientes condiciones.

3.1 $f(0) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3$ y $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$

3.2 $f(1) = -2$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ y $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$

4. Para cada uno de los incisos siguientes, determina el valor pedido, si es que existe.

4.1

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 + x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

4.1.1 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

4.1.2 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

4.1.3 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

4.1.4 $f(0)$

4.2

$$f(x) = \begin{cases} 2+x & \text{si } x \leq 0 \\ 2-x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

4.2.1 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 4.2.2 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 4.2.3 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 4.2.4 $f(0)$

4.3

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ 2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

4.3.1 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 4.3.2 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 4.3.3 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 4.3.4 $f(1)$

4.4

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < -2 \\ \sqrt{x+2} & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

4.4.1 $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ 4.4.2 $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ 4.4.3 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ 4.4.4 $f(-2)$

4.5

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x+3} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2-9}{x-3} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

4.5.1 $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ 4.5.2 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 4.5.3 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

4.6

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+3} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x}{x-3} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

4.6.1 $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ 4.6.2 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 4.6.3 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

4.7

$$f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$$

4.7.1 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 4.7.2 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 4.7.3 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 4.7.4 $f(1)$

4.8

$$f(x) = \frac{x-3}{|x-3|}$$

4.8.1 $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ 4.8.2 $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ 4.8.3 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 4.8.4 $f(3)$

4.9

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2-2x}$$

4.9.1 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 4.9.2 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ 4.9.3 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 4.9.4 $f(3)$

4.10

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+3x}$$

4.10.1 $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ 4.10.2 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 4.10.3 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 4.10.4 $f(3)$

4.11

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x + 2}$$

4.11.1 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ 4.11.2 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 4.11.3 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 4.11.4 $f(3)$

4.12

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x + 3}$$

4.12.1 $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ 4.12.2 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 4.12.3 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 4.12.4 $f(3)$

5. Para cada una de las siguientes funciones, calcula el límite:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

5.1 $f(x) = 2x + 1$ 5.3 $f(x) = x^2 + 1$ 5.2 $f(x) = 5x - 1$ 5.4 $f(x) = x^2 - 2$

6. Encuentra los límites siguientes, donde a es una constante real.

$$6.1 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^2 - a^2}{h}$$

$$6.3 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+h} - \sqrt{a}}{h}, a > 0$$

$$6.2 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3(a+h) - 2) - (3a - 2)}{h}$$

$$6.4 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{a+h} - \frac{1}{a}}{h}, a \neq 0$$

7. Bosqueja la gráfica y determina el dominio, rango y periodo de las siguientes funciones.

7.1 $y = \sin(3x)$ 7.5 $y = 3 \sin(3x)$ 7.2 $y = \sin(3x) + 2$ 7.6 $y = \frac{1}{\sin x} = \csc x$ 7.3 $y = \sin(3x + 1)$ 7.7 $y = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$ 7.4 $y = 3 \sin x$

8. Calcula los siguientes límites. Utiliza $-\infty$ y ∞ cuando sea apropiado.

8.1

$$f(x) = \frac{x}{x - 5}$$

8.1.1 $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$ 8.1.2 $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$ 8.1.3 $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

8.2

$$f(x) = \frac{x^2}{x + 3}$$

8.2.1 $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ 8.2.2 $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ 8.2.3 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

8.3

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$$

8.3.1 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 8.3.2 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 8.3.3 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

8.4

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$$

8.4.1 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 8.4.2 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 8.4.3 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

8.5

$$f(x) = \frac{2x - 4}{(x - 4)^2}$$

8.5.1 $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ 8.5.2 $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ 8.5.3 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

8.6

$$f(x) = \frac{2x + 2}{(x + 2)^2}$$

8.6.1 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 8.6.2 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 8.6.3 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

9. Para cada una de las siguientes funciones, encuentra $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

$$9.1 \quad f(x) = \frac{4x + 7}{5x - 9}$$

$$9.3 \quad f(x) = \frac{5x^2 + 11}{7x - 2}$$

$$9.2 \quad f(x) = \frac{2 - 3x^2}{7 + 4x^3}$$

$$9.4 \quad f(x) = \frac{5x + 11}{7x^3 - 2}$$

10. En los siguientes problemas, utiliza $-\infty$ y ∞ cuando sea apropiado para describir el comportamiento de cada cero del denominador e identifica todas las asíntotas verticales y horizontales.

$$10.1 \quad f(x) = \frac{2x}{x + 2}$$

$$10.3 \quad h(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$10.2 \quad g(x) = \frac{3x + 2}{x - 4}$$

$$10.4 \quad k(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2}$$

11. Evalúa los límites siguientes.

$$11.1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x + 1}$$

$$11.4 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \tan x}{\sin x}$$

$$11.2 \quad \lim_{\theta \rightarrow \pi/2} \theta \cos \theta$$

$$11.5 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$$

$$11.3 \quad \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos^2 t}{1 + \sin t}$$

$$11.6 \quad \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin(3\theta)}{2\theta}$$