



Matemáticas Discretas I
Tercera tarea¹

Trimestre 2018P
15 de junio de 2018

Nombre: _____
Matrícula: _____

Lee, piensa y responde con cuidado. Recuerden que **las definiciones son las importantes**.

El quinto ejercicio es particularmente relevante, *no pueden ocupar lo que saben de fracciones*, deben ceñirse a la forma en como lo definimos en clase.

1. Determina si los siguientes enunciados son verdaderos o falso, justifica tu respuesta.

(i) $6 \mid 42$

(iv) $0 \mid 15$

(ii) $4 \mid 50$

(v) $14 \mid 997157$

(iii) $16 \mid 0$

(vi) $7 \mid 998189$

2. Considera cuatro números enteros a , b , c y d . Determina si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos, si son verdaderos, pruébalos y si son falsos, da un contraejemplo.

(i) Si $a \mid b$ y $c \mid d$ entonces $a + c \mid b + d$. (vi) $a \mid b$ o $b \mid a$ pero no ambos.

(ii) Si $a \mid b$ y $a \mid c$ entonces $a \mid b - c$. (vii) Si $ac \mid bc$ entonces $a \mid b$.

(iii) Si $a \nmid b$ entonces $b \nmid a$. (viii) Si $a \mid b + c$ entonces $a \mid b$.

(iv) Si $a \nmid b$ y $b \nmid c$ entonces $a \nmid c$. (ix) Si $a^2 \mid b^3$ entonces $a \mid b$.

(v) Si $a < b$ entonces $a \mid b$. (x) Si $a \mid b$ y $b \mid a$ entonces $a = b$.

3. Considera un número entero q que satisfaga que

$$q \mid (8a - b) \quad \text{y} \quad q \mid (8c - d),$$

donde $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Muestra que

$$q \mid (ad - bc).$$

4. Considera cuatro números enteros a, b, c y d . Demuestra que:

(i) $a \mid a^n$ para todo $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

¹Versión 1,1 del 13 de junio.

(ii) Si $ac \mid bc$ y $c \neq 0$ entonces $a \mid b$.

(iii) Si $a \mid b$ y $c \mid d$ entonces $ac \mid bd$.

5. Considera dos números enteros a y b con $a \neq 0$. Recuerda que si $a \mid b$ entonces **existe un único número entero** r tal que $a \cdot r = b$. El número r lo denotamos por $\boxed{\frac{a}{b}}$ (lo vimos la clase del viernes 8 de junio, para esta tarea el símbolo incluye el recuadro).

Considera $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ con $a \neq 0$. Demuestra que:

(i) Si $c \mid a$ entonces $c \neq 0$.

(ii) Si $c \neq 0$, $a \mid b$ y $c \mid d$ entonces

$$\boxed{\frac{bd}{ac}} = \boxed{\frac{b}{a}} \cdot \boxed{\frac{d}{c}}.$$

(iii) Si $a \mid b$ y $a \mid c$ entonces

$$\boxed{\frac{b+c}{a}} = \boxed{\frac{b}{a}} + \boxed{\frac{c}{a}}.$$

(iv) Si $d \neq 0$, $a \mid b$, $c \mid d$ y $ad \mid bc$ entonces

$$\boxed{\frac{bc}{ad}} = \boxed{\boxed{\frac{b}{a}} \cdot \boxed{\frac{d}{c}}}.$$

(v) Si $m, n \in \mathbb{N}$ y $m \leq n$ entonces $a^m \mid a^n$ y

$$\boxed{\frac{a^n}{a^m}} = a^{n-m}.$$