
Matemáticas Discretas I
Quinta tarea¹

Trimestre 2018P
9 de julio de 2018

Nombre: _____
Matrícula: _____

Lee, piensa y responde con cuidado. Recuerden que **las definiciones son las importantes**.

1. Para cada uno de los siguientes valores, encuentra los enteros q y r tales que $n = dq + r$ con $0 \leq r < d$.

1.1 $n = 70, d = 9$

1.4 $n = 62, d = 7$

1.2 $n = 36, d = 40$

1.5 $n = 3, d = 11$

1.3 $n = -45, d = 11$

1.6 $n = -27, d = 8$

2. Da ejemplos de:

2.1 Dos funciones f y g tales que g no sea inyectiva pero $g \circ f$ sí lo sea.

2.2 Dos funciones f y g tales que f no sea suprayectiva pero $g \circ f$ sí lo sea.

3. Evalúa las siguientes expresiones.

3.1 $43 \text{ div } 9$

3.5 $43 \text{ mód } 9$

3.2 $50 \text{ div } 7$

3.6 $50 \text{ mód } 7$

3.3 $28 \text{ div } 5$

3.7 $28 \text{ mód } 5$

3.4 $30 \text{ div } 2$

3.8 $30 \text{ mód } 2$

4. Prueba que todo para los enteros n , $n^2 - n + 3$ es un entero impar.
5. Prueba para todos los enteros n , si $n \text{ mód } 5 = 3$ entonces $n^2 \text{ mód } 5 = 4$.
6. Prueba para todos los enteros m y n , si $m \text{ mód } 5 = 2$ y $n \text{ mód } 3 = 6$ entonces $mn \text{ mód } 5 = 1$.
7. (a) Prueba que todo entero es de la forma $2k$ o $2k + 1$.
(b) Prueba que en todo par de enteros consecutivos, uno es par y el otro es impar.
(c) Prueba que $2 \mid n^2 - n$.
8. Prueba que la suma de cualesquiera cuatro enteros consecutivos tiene la forma $4k + 2$, para algún entero k .

¹Versión 1.

9. Encuentra los valores de a y e después de la ejecución de los bucles en los siguientes segmentos de pseudocódigo.

```

a ← 2
for i ← 1 to 2
  a ←  $\frac{a}{2} + \frac{1}{2}$ 
next i

```

```

e ← 0
f ← 2
for j ← 1 to 4
  f ← f · j
  e ← e +  $\frac{1}{f}$ 
next j

```

10. Expresa los siguientes enunciados usando las notaciones Ω , O y Θ .

- (a) $|5x^8 - 9x^7 + 2x^5 + 3x - 1| \leq 6|x^8|$ para todos los números reales x con $x > 0$. (Usa la notación O).
- (b) $|x| \leq \left| \frac{(x^2-1)(12x+25)}{3x^2+4} \right|$ para todo número real x con $x > 101$. (Usa la notación Ω).
- (c) $\frac{1}{2}|x^2| \leq |3x^2 - 80x + 7| \leq 3|x^2|$ para todos los números reales x con $x > 0$.

11. (a) Muestra que todo número real x , si $x > 1$ entonces $|x^2| \leq \lceil x^2 \rceil$. (c) Usa las notaciones Ω y O para expresar los resultados de las partes (a) y (b).
- (b) Muestra que para todo número real x , si $x > 1$ entonces $\frac{1}{2}\lceil x^2 \rceil \leq |x^2|$. (d) ¿Qué puedes deducir sobre el orden de $\lceil x^2 \rceil$?

12. Usa la definición de la notación Θ para probar que

$$5x^3 + 65x + 30 \text{ es } \Theta(x^3).$$

13. Usa la definición de la notación Θ para probar que

$$x^2 + 100x + 88 \text{ es } \Theta(x^2).$$

14. (a) Muestra que para todo número real x , si $x > 1$ entonces $|7x^4 - 95x^3 + 3| \leq 105|x^4|$.
- (b) Usa la notación O para expresar el resultado de la parte (a).