

Precálculo
Guía para el examen global¹

Trimestre 2018I

Nombre: _____
Matrícula: _____
Licenciatura: _____

Lee, piensa y responde con cuidado. Recuerden que la forma en cómo definimos las operaciones es lo importante.

Las figuras son independientes del texto, cada figura tiene un pie de imagen y los problemas se refieren a las imágenes respectivas por medio de su nombre.

1. Manejar las fracciones, radicales y los porcentajes, además de aplicar a situaciones reales.

1.1 Fracciones

(a) $\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$

(b) $100 \div 0$

(c) $\frac{2}{3} - \frac{4}{9}$

(d) $\left(-\frac{10}{3}\right) \left(-\frac{6}{5}\right)$

(e) $\frac{17}{8} \cdot \frac{2}{7}$

(f) $\frac{11}{12} \div \left(-\frac{3}{4}\right)$

(g) $0 \div 0$

(h) $\left(\frac{3}{8}\right)^{-1} + 2^{-1}$

(i) $\left(-\frac{3}{5}\right) \left(-\frac{5}{3}\right)$

(j) $\frac{2}{9} \div \frac{7}{5}$

(k) $-(4^{-1} + 3)$

(l) $\frac{4}{7} \div \left(3 - \frac{6}{2}\right)$

1.2 Resuelve las siguientes expresiones con radicales, cuando representen un número real.

(a) $289^{1/2}$

(b) $8^{-2/3}$

(c) 5^6

(d) $\left(\frac{9}{16}\right)^{-1/2}$

(e) $216^{1/3}$

(f) $(-3)^{-1}$

(g) $(-64)^{5/3}$

(h) $(121^{1/2} + 25^{1/2})^{-3/4}$

(i) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$

(j) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-1}$

(k) 2^{-4}

(l) -10^0

1.3 Aplicaciones a situaciones *reales*.

- (a) Una caja rectangular abierta por arriba se construye a partir de una lámina de carton de 40 centímetros por lado, a la cual se le quitan un cuadrado de lado x de cada esquina y se doblan las pestañas como se indica en la figura 1. Expresa las cantidades siguiente como expresiones algebraicas, factorizadas y expandidas.

¹Versión 2,1 del 16 de abril de 2018.

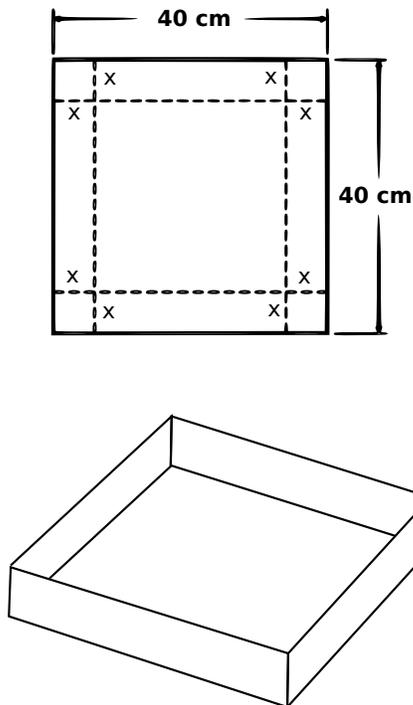


Figura 1: Caja a partir de una lámina cuadrada de cartón

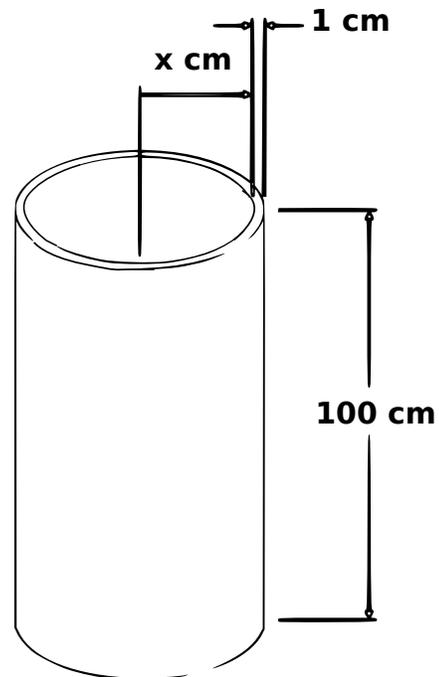


Figura 2: Tubo de plástico

- i. El área de la lámina después de quitarle las esquinas. *Recuerda que el área de un rectángulo es base por altura.*
 - ii. El volumen de la caja ya armada. *Recuerda que el volumen es área por altura.*
- (b) Un tubo de plástico tiene 100 centímetros de largo, un centímetro de grosor y tiene un radio interior de x centímetros (ve la figura 2). Determina la expresión algebra que representa el volumen **del plástico** usado para construir la tubería y simplifica la expresión. *Recuerda que el volumen V de un cilindro circular de radio r y altura h está dado por $V = \pi r^2 h$.*
- (c) La solución A tiene un 80 % de alcohol y la solución B tiene un 20 % de alcohol. ¿Qué cantidad de solución A deben agregársele a 5 litros de la solución B para obtener una solución con 30 % de alcohol?
- (d) Un bizcocho tipo emparedado está formado por dos galletas, el relleno y la cubierta. Las galletas constituyen el 40 % del bizcocho, 40 % la cubierta y el 20 % restante es el relleno. Si el 75 % de la cubierta y 50 % del relleno son chocolate (y las galletas no tienen chocolate).
- (i) ¿Qué porcentaje total del bizcocho es chocolate?
 - (ii) En 250 gramos de bizcochos, ¿qué cantidad es chocolate?

2. Operar elementos del álgebra.

2.1 Realiza las operaciones siguientes (productos notables).

- (a) $(u + v)^2$ (d) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
 (b) $(a - b)^2$ (e) $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
 (c) $(m - n)(m + n)$

2.2 Realiza las operaciones siguientes.

- (a) $(2x - y)(2x + y) - (2x - y)^2$ (c) $5(x + h)^2 - 7(x + h) - (5x^2 - 7x)$
 (b) $(m^2 + 2mn - n^2)(m^2 - 2mn - n^2)$ (d) $-2x((x^2 + 2)(x - 3) - x(x - x(3 - x)))$

2.3 Factoriza las siguientes expresiones.

- (a) $(4x - y)^2 - 9x^2$ (g) $y^3 + 2y^2 - 4y - 8$
 (b) $3x(x - 4)^3 + 3x^2(x - 4)^2$ (h) $16x^5a^2 - x$
 (c) $3x^3y - 21x^2y + 36xy$ (i) $x^2y - 2xy - 8y$
 (d) $25x^2 - a^4$ (j) $z^4 - 4z^3 - 5z^2$
 (e) $-4b^2 + a^2$ (k) $12xy - 2x + 4xz - 6y$
 (f) $-bd - ad + bc + ac$ (l) $y^4 - 4y^2 - 5$

2.4 Simplifica y racionaliza las siguientes expresiones con radicales.

- (a) $\sqrt{20} + \sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{5}$ (g) $\frac{t^2 - 1}{t^2 + 2t - 3}$ (k) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$
 (b) $\sqrt{6}\sqrt{40}$ (h) $\frac{2x^2}{\sqrt[3]{4x}}$ (l) $\frac{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$
 (c) $-2x\sqrt[5]{3x^6x^7y^{11}}$ (i) $\frac{30}{\sqrt[4]{16x}}$ (m) $\sqrt[5]{\frac{3y^2}{8x^2}}$
 (d) $\sqrt[9]{8x^6y^{12}}$ (j) $\frac{8}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$ (n) $\sqrt{\frac{5x^3}{y}}$
 (e) $\frac{a - b}{a^2 - 2b + b^2}$
 (f) $\frac{w + 1}{w^2 - 1}$

2.5 Resuelve las siguientes ecuaciones lineales.

- (a) $10x - 7 = 4x - 25$ (f) $0.1(w + 0.5) + 0.2 = 0.2(w - 0.4)$
 (b) $11 + y = 5y - 5$ (g) $0.35(s + 0.34) + 0.15s = 0.2s - 1.66$
 (c) $3(x + 2) = 5(x - 6)$ (h) $\frac{z}{z-1} = \frac{1}{z-1} + 2$
 (d) $3(y - 4) + 2y = 18$ (i) $\frac{t}{t-1} = \frac{2}{t-1} + 2$
 (e) $0.1(t + 0.5) + 0.2t = 0.3(t - 0.4)$ (j) $\frac{2}{y} + \frac{5}{2} = 4 - \frac{2}{3y}$

2.6 Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas.

- (a) $9x^2 - 5 = 0$ (e) $3x^2 - 12x + 13 = 0$
 (b) $2x^2 + 8 = 0$ (f) $2x^2 - 4x + 1 = 0$
 (c) $x^2 + 8x - 3 = 0$ (g) $3x^2 - 6x + 1 = 0$
 (d) $3x^2 + 3x = 0$ (h) $2x^2 - 4x + 3 = 0$

2.7 Resuelve las siguientes desigualdades lineales.

(a) $7x - 8 < 4x + 7$

(e) $4(y + 1) - 7 < -9 - 2y$

(b) $5x - 21 \geq 3x + 5$

(f) $3 - m < 4(m - 3)$

(c) $12 - y \geq 2(9 - 2y)$

(g) $6(5 - 2k) \geq 6 - 8k$

(d) $\frac{N}{-2} > 4$

(h) $\frac{Z}{-10} \leq 3$

2.8 Resuelve las siguientes desigualdades con valor absoluto.

(a) $|x - 11| \leq 13$

(e) $|-8x + 3| \leq 91$

(b) $|100 - 40t| > 60$

(f) $|\frac{9}{5}C + 30| < 31$

(c) $|4x - 7| < 13$

(g) $|\frac{5}{9}(F - 32)| < 40$

(d) $|\frac{1}{2}w - \frac{3}{4}| < 2$

(h) $|0.5v - 2.5| > 1.6$

2.9 (a) En 1970, geólogos rusos empezaron a perforar un agujero muy profundo en la península de Kola. Su objetivo era alcanzar la profundidad de 15 kilómetros, pero las altas temperaturas en el agujero los obligaron a detenerse en 1994, después de alcanzar los 12 kilómetros de profundidad. Ellos encontraron que la temperatura aproximada a x kilómetros bajo la superficie de la Tierra está dada por

$$T = 30 + 25(x - 3) \quad 3 \leq x \leq 12,$$

donde T es la temperatura en grados centígrados. ¿A qué profundidad la temperatura está entre 150 °C y 250 °C, inclusive? Escribe tu respuesta en notación de desigualdades.

(b) El aire seco se expande a medida que se le eleva y, al hacerlo, se enfría razón de 3 °C por cada 300 metros de elevación hasta los 12000 metros de alto. Si la temperatura a nivel del suelo es de 21 °C entonces la temperatura T a la altura h está dada aproximadamente por $T = 21 - 0.01h$. ¿A qué rango de altitud la temperatura estará entre -3 °C y -40 °C?

3. Funciones.

3.1 Determina cuáles de las ecuaciones siguientes definen una función con variable independiente x . Para las que sí definan una función, encuentra el dominio. Para las que no, encuentra un valor de x al que le corresponda más de un valor de y .

(a) $y - x^2 = 1$

(d) $4x^2 + y^3 = 8$

(b) $y^2 - x = 1$

(e) $x^3 - y = 2$

(c) $3x^3 + y^2 = 4$

3.2 Grafica las siguientes ecuaciones, determina sus pendientes, su intersecciones- x y su intersecciones- y .

(a) $5y = -3x + 20$

(d) $y = -\frac{2}{3}x + 6$

(b) $y + x = 0$

(e) $y = \frac{2}{3}x - 3$

(c) $4x + 2y = 0$

(f) $6x - 2y = 0$

3.3 Para las funciones siguiente, encuentra su vértice y su eje y *bosqueja* su gráfica.

(a) $f(x) = (x + 3)^2 - 4$

(e) $f(x) = -10x^2 + 50x + 12$

(b) $f(x) = 4x^2 - 18x + 25$

(f) $f(x) = 5x^2 + 30x - 17$

(c) $f(x) = (x + 2)^2 - 2$

(g) $f(x) = x^2 + 10x + 10$

(d) $f(x) = x^2 + 8x + 8$

(h) $f(x) = -x^2 - 7x + 4$

3.4 Para las siguientes funciones, encuentra su dominio, rango, asíntota horizontal, asíntota horizontal, intersecciones- x e intersección- y .

(a) $f(x) = \frac{3x - 12}{2x + 4}$

(c) $f(x) = \frac{3x - 2}{4x - 5}$

(b) $f(x) = \frac{2x + 9}{x - 3}$

(d) $f(x) = \frac{2x + 7}{5x + 8}$

3.5 Determina si las funciones siguientes son uno-a-uno. En caso afirmativo, encuentra su inversa.

(a) $f(x) = \frac{3x - 12}{2x + 4}$

(c) $f(x) = 3x + 2$

(b) $f(x) = x^2 + 2$

(d) $f(x) = \frac{2x + 2}{x}$

3.6 Encuentra el dominio de las funciones siguientes. Expresa la respuesta tanto en notación de intervalos como de desigualdad.

(a) $f(x) = 4 - 9x + 3x^2$

(e) $h(z) = \frac{2}{4-z}$

(b) $g(t) = 1 + 7t - 2t^2$

(f) $k(z) = \frac{z}{z-3}$

(c) $L(u) = \sqrt{3u + 4}$

(g) $g(t) = \sqrt{t - 4}$

(d) $M(w) = \frac{w-5}{\sqrt{3+2w}}$

(h) $h(t) = \sqrt{6-t}$

3.7 Para las funciones siguientes, encuentra las funciones $f + g$, $f - g$, fg y f/g y determina sus dominios.

(a) $f(x) = 4x$; $g(x) = x + 1$

(d) $f(x) = x + \frac{1}{x}$; $g(x) = x - \frac{1}{x}$

(b) $f(x) = 3x + 5$; $g(x) = x^2 - 1$

(e) $f(x) = \frac{1}{1+x}$; $g(x) = \sqrt{x+2}$

(c) $f(x) = \sqrt{2-x}$; $g(x) = \sqrt{x+3}$

3.8 Para las funciones siguientes, determina la función composición $(g \circ f)(x)$

(a) $f(x) = 4x$; $g(x) = x + 1$

(c) $f(x) = \sqrt{2-x}$; $g(x) = \frac{1}{x}$

(b) $f(x) = x - 2$; $g(x) = 3x$

(d) $f(x) = x + 1$; $g(x) = x^2 + x + 1$

3.9 En el espacio entre los paréntesis indica cuál es la gráfica de las funciones siguientes con base en la página 4.

$$() f(x) = x^2 + 2x - 1$$

$$() f(x) = 2x^3 + 12x^2 + 22x + 12$$

$$() f(x) = \frac{1}{3}x - 1$$

$$() f(x) = \frac{1}{2}e^x$$

$$() f(x) = \ln x$$

$$() f(x) = -3$$

$$() f(x) = \frac{3x+2}{6x-6}$$

$$() f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

4. Funciones y ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

4.1 Resuelve las siguientes ecuaciones.

(a) $\ln(2x) = 3$

(d) $(e^{x-1})^2 = e^{1-x}$

(b) $\ln(x+1) + \ln 2 = \ln(5x)$

(e) $5 \ln(3-x) = 4$

(c) $e^{x^2-3} = e^{2x}$

(f) $\ln(x+2) + \ln(x-1) = 2$

Recuerda que el dominio de la función logaritmo son sólo los números reales positivos.

4.2 El número de bacterias de cólera en un cultivo está modelado por

$$n(t) = 2e^{1.386t},$$

donde t es el tiempo en horas.

- (a) ¿Cuál es el número inicial de bacterias? (c) ¿En qué momento se alcanzarán el millón de bacterias?
- (b) ¿Cuántas bacterias habrá después de una hora? (d) Bosqueja la gráfica de la función.

4.3 La población mundial puede ser modelada por la ecuación

$$n(t) = 7.1e^{0.011t},$$

donde t es el tiempo en años a partir de 2013 (es decir, $t = 0$ corresponde al año 2013) y $n(t)$ es el número total de personas en miles de millones.

- (a) ¿Cuál fue la población mundial en 2013? (c) ¿En qué año seremos ocho mil millones de personas?
- (b) ¿Cuál será la población mundial en 2020? (d) Bosqueja la gráfica de la función.

4.4 El polonio-210 tiene una vida media de 140 días. El decaimiento de muestra de 300 mg de polonio-210 está modelada por la ecuación:

$$m(t) = 300e^{-0.00495t},$$

donde t es el tiempo en días y $m(t)$ es la masa resultante en miligramos.

- (a) ¿Cuánto polonio-210 quedará después de 140 días? (c) ¿Después de cuántos días quedarán 75 mg de polonio-210?
- (b) ¿Cuánto polonio-210 quedará después de un año? (d) Bosqueja la gráfica de la función.

