Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Iztapalapa
División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Matemáticas

Precálculo
Sexta tarea[1]

Trimestre 2018I
28 de marzo de 2018

Nombre: ____________________
Matrícula: ____________________
Carrera: ____________________

Lee, piensa y responde con cuidado. Recuerden que la forma en cómo definimos las operaciones es lo importante.

1. Determina cuáles de las ecuaciones siguientes definen una función con variable independiente x. Para las que sí definan una función, encuentra el dominio. Para las que no, encuentra un valor de x al que le corresponda más de un valor de y.

   (a) $y - x^2 = 1$
   (b) $y^2 - x = 1$
   (c) $3x^3 + y^2 = 4$
   (d) $4x^2 + y^3 = 8$
   (e) $x^3 - y = 2$
   (f) $x^3 + |y| = 6$
   (g) $2x + |y| = 7$
   (h) $y - 2|x| = 3$
   (i) $3y + 2|x| = 12$
   (j) $x|y| = x + 1$

   Sugerencia. Trata de despejar la y. Habrá principalmente dos casos bajo los cuales las ecuaciones fallan en ser funciones.

   - **Potencias pares.** Siempre que tengas una ecuación de la forma $\boxdot^2 = \odot$, la potencia al cuadrado pasa como raíz cuadrada, pero con signos más y menos: $\boxdot = \pm\sqrt{\odot}$. Lo mismo pasa para todas las potencias positivas **pares**; en estos casos, a cada valor de $\odot$ le corresponderán los valores $+\sqrt{\boxdot}$ y $-\sqrt{\boxdot}$. Para las potencias impares esto no ocurre, $\boxdot^3 = \odot$ pasa a $\boxdot = \sqrt[3]{\odot}$ y, en estos casos, a cada valor de $\odot$ le corresponderá un sólo valor de $\boxdot$.
     Ejemplo. La ecuación $y^2 = x$ **no** es una función. Pasa a $y = \pm\sqrt{x}$ y las parejas $(4, 2)$ y $(4, -2)$ son soluciones de la ecuación, es decir, a $x = 4$ le corresponden los valores $y = 2$ y $y = -2$. Por otro lado, la ecuación $y = x^2$ sí es función. A cada número x le corresponde un único cuadrado. Recuerda que lo anterior pasa para las potencias **pares**.
     Observa que la ecuación $y^3 = x$ **sí** es una función. Pasa a $y = \sqrt[3]{x}$ y cada número real tiene una única raíz cúbica (las raíces impares tienen única única solución real). Por ejemplo, a $x = 8$ le corresponde $y = 2$ y sólo ese valor y a $x = -8$ le corresponde $y = -2$ y sólo ese valor.

[1] Versión 1,2 del 26 de marzo.

- **Valor absoluto**. Cuando tengas una ecuación de la forma $|\boxdot| = \odot$, la ecuación pasa a $\pm\boxdot = \odot$. En este caso, a cada $\odot$ le corresponderán dos valores, a saber, $+\boxdot$ y $-\boxdot$. *Ejemplo.* La ecuación $|y| = x$ **no** es una función, ya que las parejas $(2,\, 2)$ y $(2,\, -2)$ son soluciones, es decir, a $x = 2$ le corresponde $y = 2$ y $y = -2$. Por otro lado, la ecuación $y = |x|$ **sí** es función, a cada x le corresponde una única y.

En los dos casos anteriores, depende también de quién sea la variable independiente y quién la dependiente.

2. Encuentra el dominio de las funciones siguientes. Expresa la respuesta tanto en notación de intervalos como de desigualdad.

   (a) $f(x) = 4 - 9x + 3x^2$

   (b) $g(t) = 1 + 7t - 2t^2$

   (c) $L(u) = \sqrt{3u^2 + 4}$

   (d) $M(w) = \frac{w-5}{\sqrt{3+2w^2}}$

   (e) $h(z) = \frac{2}{4-z}$

   (f) $k(z) = \frac{z}{z-3}$

   (g) $g(t) = \sqrt{t-4}$

   (h) $h(t) = \sqrt{6-t}$

   Recuerda que la variable independiente no puede tomar valores que hagan que el denominador se vuelva cero.

3. Para las funciones que aparecen en las figuras 1 a 6, encuentra su dominio, rango, intersecciones-x e intersección-y. El eje horizontal es el de las x y el eje vertical el de las y. Cada marca en los eje denota una unidad. Un punto del tipo $\bullet$ indica que ese punto pertenece a la gráfica de la ecuación y un punto del tipo $\circ$ indica que ese punto **no** pertenece a la función. Las flechas indican que la gráfica continúa indefinidamente en esa dirección.

4. Para las siguientes funciones, encuentra su dominio, intersecciones-x e intersección-y.

   (a) $f(x) = \dfrac{3x-12}{2x+4}$

   (b) $f(x) = \dfrac{2x+9}{x-3}$

   (c) $f(x) = \dfrac{3x-2}{4x-5}$

   (d) $f(x) = \dfrac{2x+7}{5x+8}$

   Recuerda $f(x)$ y y son intercambiables y, por lo tanto, puedes escribir la función $f(x) = \frac{3x-12}{2x+4}$ como la ecuación $y = \frac{3x-12}{2x+4}$. Las intersecciones-x son soluciones de la ecuación de la forma $(a,\, 0)$. Por lo tanto, tienes que substituir la y por 0 y despejar la x, puede que no exista, que haya una o que haya varias. La intersección-y es una solución de la ecuación de la forma $(0,\, b)$, ahora tienes que substituir la x por 0 y despejar la y. Ya que las ecuaciones anteriores vienen de funciones, a lo más pueden tener una intersección-y (si tuviera dos, no sería función).

5. Dada una función cuadrática
$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$
   donde a, b y c son números reales y $a \neq 0$, indica cómo encontrar el vértice de la parábola, su eje de simetría, su dominio y rango y si se abre para arriba o para abajo.

6. Para las funciones siguiente, encuentra su vértice y su eje y *bosqueja* su gráfica.

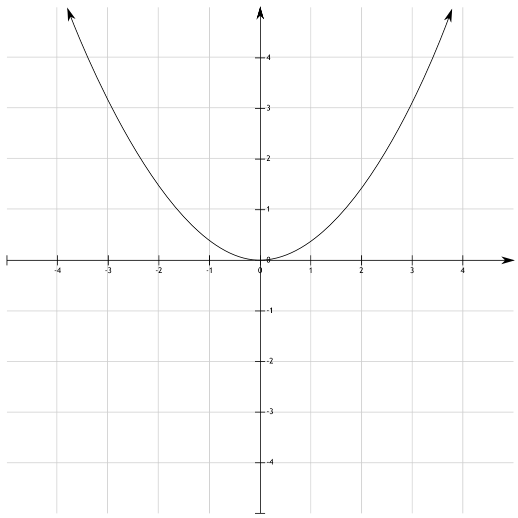

Figura 1: Gráfica 1

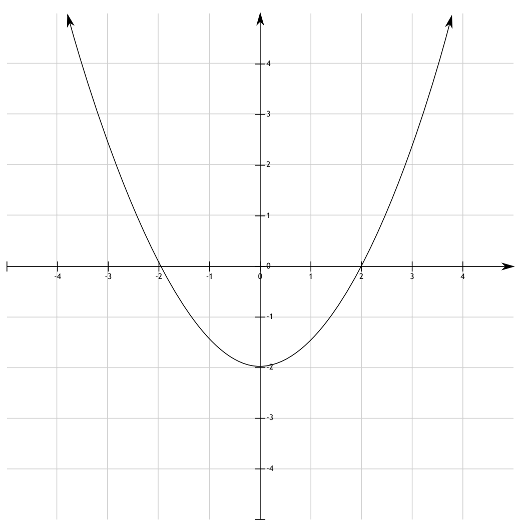

Figura 2: Gráfica 3

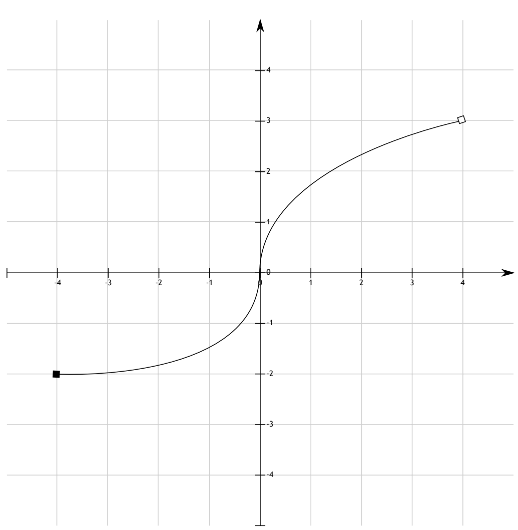

Figura 3: Gráfica 5

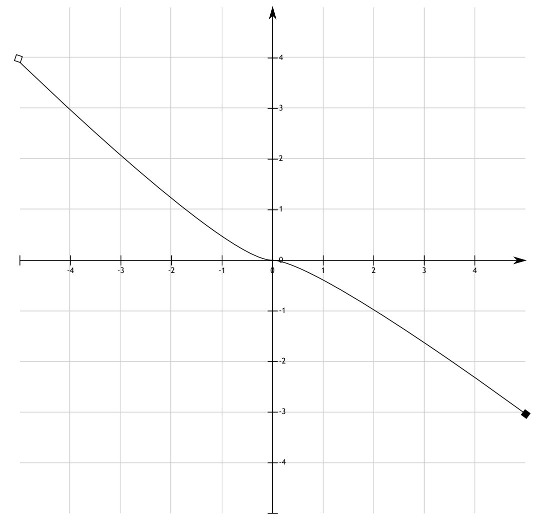

Figura 4: Gráfica 2

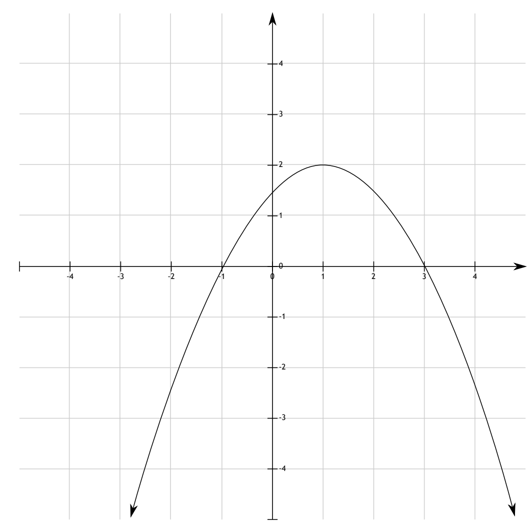

Figura 5: Gráfica 4

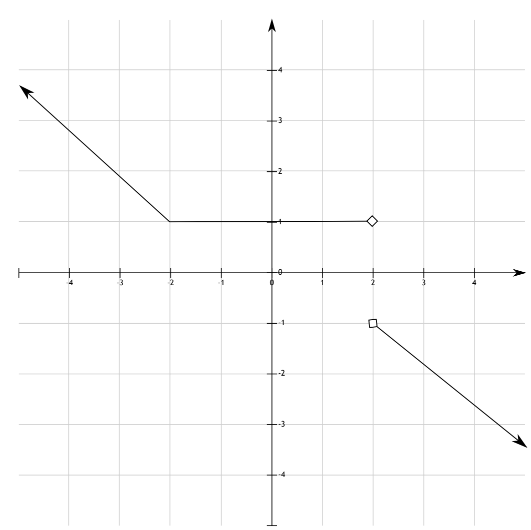

Figura 6: Gráfica 6

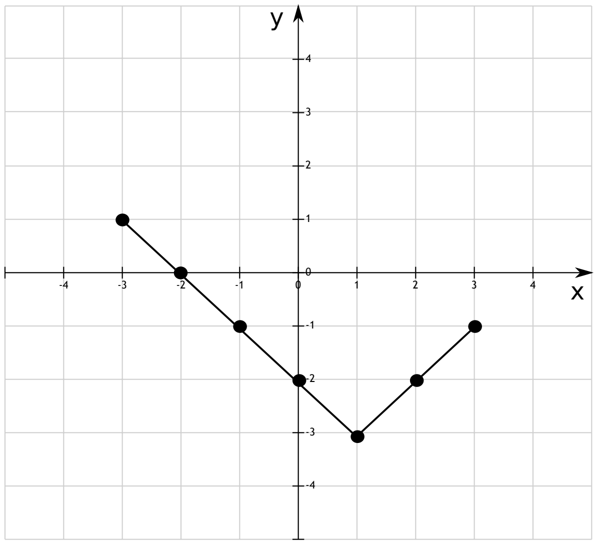

Figura 7: $f(x)$

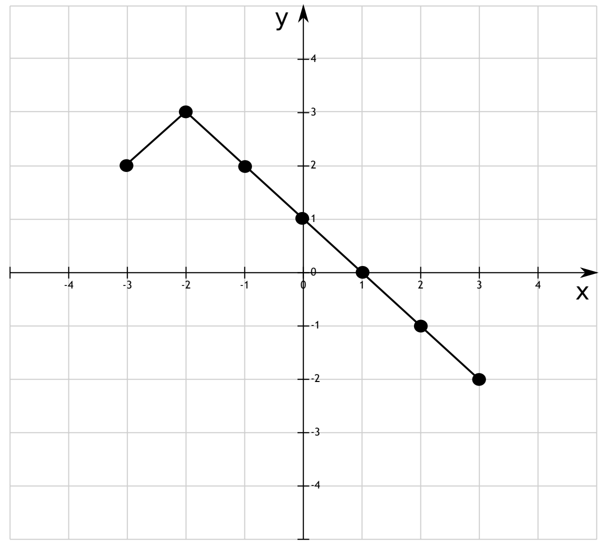

Figura 8: $g(x)$

(a) $f(x) = (x+3)^2 - 4$

(b) $f(x) = 4x^2 - 18x + 25$

(c) $f(x) = (x+2)^2 - 2$

(d) $f(x) = x^2 + 8x + 8$

(e) $f(x) = -10x^2 + 50x + 12$

(f) $f(x) = 5x^2 + 30x - 17$

(g) $f(x) = x^2 + 10x + 10$

(h) $f(x) = -x^2 - 7x + 4$

7. Utiliza las funciones que aparecen en las figuras 7 y 8 para hacer las tablas de valores y bosquejar las gráficas de las siguientes funciones:

(a) $(f+g)(x)$

(b) $(fg)(x)$

(c) $(g-f)(x)$

(d) $(f-g)(x)$

8. Utiliza las funciones que aparecen en las figuras 7 y 8 para determinar los valores siguiente:

(a) $(f \circ g)(-1)$

(b) $(g \circ f)(-2)$

(c) $f(g(1))$

(d) $g(f(2))$

(e) $(f \circ g)(2)$

(f) $(g \circ f)(3)$

(g) $f(g(0))$

(h) $g(f(-3))$

9. Para las funciones siguiente, encuentra las funciones $f+g$, $f-g$, fg y $^{f}/_{g}$ y determina sus dominios.

(a) $f(x) = 4x$; $g(x) = x + 1$

(b) $f(x) = 3x + 5$; $g(x) = x^2 - 1$

(c) $f(x) = \sqrt{2-x}$; $g(x) = \sqrt{x+3}$

(d) $f(x) = x + \frac{1}{x}$; $g(x) = x - \frac{1}{x}$