



Matemáticas Discretas I
Tercera tarea

Trimestre 2019I

Nombre: _____
Matrícula: _____

Lee, piensa y responde con cuidado. Recuerden que **las definiciones son las importantes**.

Definición 1. Si A y B son dos conjuntos, la *diferencia simétrica* de A y B se denota por $A \Delta B$ y se define como

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

1. Sean $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, a, b\}$ y $C = \{a, \{c\}, 1, 5\}$. Encuentra:

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------|---------------------------------------|
| (i) $A \Delta B$ | (iv) $B \Delta A$ | (vii) $A \Delta \emptyset$ |
| (ii) $B \Delta C$ | (v) $A \Delta A$ | (viii) $(A \cup C) \Delta (B \cup C)$ |
| (iii) $A \cap (B \Delta C)$ | (vi) $A \Delta (B \Delta C)$ | (ix) $(A \cup C) \cap B$ |

2. Demuestra que $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

3. Demuestra que para cualesquiera conjuntos A , B y C se tiene que:

- | | |
|---|---|
| (i) $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$ | (iii) $A \Delta \emptyset = A$ y $A \Delta A = \emptyset$ |
| (ii) $A \Delta B = B \Delta A$ | |

4. Sean A y B conjuntos y $f: A \rightarrow B$ una función. Demuestra que si $A \neq \emptyset$ entonces $B \neq \emptyset$.

5. Se define la función *parte entera* o *función piso* $\lfloor \cdot \rfloor: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ como

$$\lfloor x \rfloor = \text{el mayor entero menor que o igual a } x,$$

es decir, $\lfloor x \rfloor$ es el entero inmediato a la izquierda de x en la recta real. Calcula:

- | | | |
|--------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|
| (i) $\lfloor \sqrt{2} \rfloor$ | (iii) $\lfloor \pi \rfloor$ | (v) $\lfloor -\frac{18}{7} \rfloor$ |
| (ii) $\lfloor \frac{15}{17} \rfloor$ | (iv) $\lfloor -2 \rfloor$ | (vi) $\lfloor 0 \rfloor$ |

6. Se define la función *función techo* $\lceil \cdot \rceil: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ como

$$\lceil x \rceil = \text{el menor entero mayor que o igual a } x,$$

es decir, $\lceil x \rceil$ es el entero inmediato a la derecha de x en la recta real. Calcula:

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------|--------------------------|
| (i) $\lceil -\sqrt{2} \rceil$ | (iii) $\lceil 2\pi \rceil$ | (v) $\lceil -\pi \rceil$ |
| (ii) $\lceil \frac{5}{2} \rceil$ | (iv) $\lceil 5 \rceil$ | (vi) $\lceil 0 \rceil$ |

7. Sea

$$g = \{(1, c), (2, a), (3, c), (4, d), (5, e)\}$$

una función de $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ en $Y = \{a, b, c, d, e\}$ y sea

$$f = \{(a, x), (b, x), (c, z), (d, w)\}$$

una función de Y en $Z = \{w, x, y, z\}$. Escribe $f \circ g$ como un conjunto de pares ordenados.

8. Sean $X = \{a, b, c, d\}$ y $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

- (i) Da una función $f: X \rightarrow Y$ tal que $f[\{a, b, c\}] = \{2, 5\}$.
- (ii) Da una función $g: X \rightarrow Y$ tal que $g^{-1}[\{1, 2, 5\}] = \{a, d\}$.
- (iii) Da dos funciones $f_1, f_2: X \rightarrow Y$ tales que $f_1[\{a, b, c\}] = f_2[\{a, d\}]$.
- (iv) Da dos funciones $g_1, g_2: X \rightarrow Y$ tales que $g_1^{-1}[\{1, 4, 5\}] = g_2^{-1}(3)$.

9. Sea $X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, da una función $f: X \rightarrow X$ que cumpla, simultáneamente, que:

$$f^{-1}[\{1, 2, 3\}] = \emptyset, f^{-1}[\{4, 5\}] = \{1, 3, 7\} \text{ y } f^{-1}[\{8, 10\}] = \{8, 10\}.$$

10. Sea $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$ dada por $g(x) = \frac{x^2}{3} - 1$, encuentra $g[\{-1, 2, 3\}]$ y $g^{-1}[\{b, d\}]$.

11. Sea $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $h(x) = |x^2 + 3x + 1|$, encuentra $h[\{-1, 1, 2\}]$ y $h^{-1}(1)$.

12. Da un contraejemplo para mostrar la falsedad del enunciado siguiente: si $f: X \rightarrow Y$ es una función entonces para cualesquiera $A_1, A_2 \subseteq X$, $f[A_1] \subseteq f[A_2]$ implica que $A_1 \subseteq A_2$.