



Fundamentos de Geometría
Tercer examen parcial

Trimestre 2019O

Nombre: _____

16 de marzo de 2020

Matrícula: _____

Tabla de puntos:

Preguntas:	1	2	3	4	5	Total
Puntos:	10	10	20	30	30	100
Resultado:						

Lee, piensa y responde con cuidado. **Argumenta** tus respuestas.

1. (10 puntos) Expresa los siguientes números en la forma $a + bi$:

(a) $\frac{(1+i)(2+i)(3+i)}{1-i}$

(b) $\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

2. (10 puntos) Encuentra las raíces sextas de 1.
3. (20 puntos) Dado un número complejo z , prueba que z es real si y sólo si $z = \bar{z}$.
4. (30 puntos) Dados números complejos z y w , sigue los pasos siguientes para derivar la desigualdad del triángulo: $|z + w| \leq |z| + |w|$.
- (a) Prueba que $|z + w|^2 = (z + w)\overline{(z + w)} = z\bar{z} + (z\bar{w} + \bar{z}w) + w\bar{w}$.
- (b) Prueba que $z\bar{w} + \bar{z}w = 2\operatorname{Re}(z\bar{w}) \leq 2|z||w|$.
- (c) De las partes (a) y (b), obtén la desigualdad $|z + w|^2 \leq (|z| + |w|)^2$ y luego la desigualdad del triángulo.
5. (30 puntos) Considera dos números complejos z y w .
- (a) Prueba que $|z - w|^2 = |z|^2 - 2\operatorname{Re}(z\bar{w}) + |w|^2$.
- (b) $|z + w|^2 + |z - w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2)$.
- (c) ¿Qué interpretación geométrica puedes darle al inciso previo?