
Fundamentos de Geometría
Primera tarea

Trimestre 2019O

Lee, piensa y responde con cuidado.

1. Los axiomas en un sistema axiomático deben ser *compatibles*, es decir, que no se contradigan entre sí. Considera el siguiente sistema axiomático.
 - (a) La población de Pueblo Chico está formada exclusivamente por matrimonios jóvenes y sus hijos.
 - (b) Hay más personas adultas que infantes.
 - (c) Cada niño tiene una hermana.
 - (d) Hay más niños que niñas.
 - (e) No hay matrimonios sin hijos.

Responde lo siguiente.

- (i) Prueba que estos axiomas son incompatibles.
 - (ii) Prueba que si se suprime cualquiera de los cinco axiomas previos, los restantes son compatibles.
2. Se tienen los términos primitivos «hormigas» y «hormigueros». Considera los axiomas siguientes.

H_0 : Hay al menos un hormiguero.

H_1 : Para cualquier par de hormigas, se cumple uno y sólo uno de los enunciados siguientes:

 - i. Hay uno y sólo un hormiguero que las contiene.
 - ii. Hay dos hormigueros que no contienen ninguna hormiga en común y cada uno de ellos contiene a una de las hormigas en cuestión.

H_2 : Cada hormiguero es un conjunto de hormigas que contiene por lo menos dos de ellas.

H_3 : Por cada hormiguero, hay por lo menos una hormiga que no pertenece al mismo.

Prueba las siguientes afirmaciones.

- (a) Dos hormigueros distintos no pueden tener más de una hormiga en común.
- (b) Para cada hormiga, hay un hormiguero que no la contiene.
- (c) Hay por lo menos tres hormigas.
- (d) Hay por lo menos dos hormigueros.
- (e) Existen tres hormigas que no pertenecen a un mismo hormiguero.

Contesta las preguntas siguientes.

- (f) ¿Cualesquiera dos hormigueros siempre tienen una hormiga en común?
- (g) ¿Es posible que una hormiga pertenezca a dos hormigueros distintos?
- (h) ¿Hay por lo menos tres hormigueros distintos?
- (i) ¿Es posible que una hormiga pertenezca a todos los hormigueros?
- (j) ¿Es posible que dos hormigueros distintos no tengan ninguna hormiga en común?
- (k) ¿Es posible que cada hormiguero tenga sólo dos hormigas?